時空と素粒子の生まれ方

光速度 c とプランク定数ħの同時対生成

＝ ギャップ・スペース理論 ＝

GAPS Theory

＊＊

新実　祥悟

愛知県蒲郡市鹿島町西郷 89

shogo-ni@sk2.aitai.ne.jp

＊＊

目次

＊＊＊

1,　概説

まずこの小文がどのような仮定の下に構築され、結果として何が得られたかを述べる。

私達の宇宙はビッグバンにより生まれたと言われている。ところが、ビッグバンそのものを説明する理論は見当たらない。最新の M 理論でさえ、それを表現しているとは思えない。その理由は M 理論も光速度 c とプランク定数 ħ は公理として扱われ、論理的に導出されていないからだ。ところが最近になって、私がある仮定の下に導出した基素関数が c と ħ を表すことが分かった。正直に言って、変数の取り方や数値の当てはめ方という問題の方が重要だとはいえ、パソコンの数値演算能力が格段に高まっていたことを感謝する。以下では理論の要点を書き出そう。

① 次元のない全空間 H の存在を認める。
② H は c と ħ の絶妙なるコンビネーションにより相転移を起こした。
③ 相転移後の全空間Hは、各々三つの次元を持つ実空間R^3、複素空間G^3、虚空間I^3に分裂した 9 次元の空間H^9になった。
④ それを以下のように表記する。

$$H \xrightarrow{\text{相転移}} H^9=[\,R^3 \mid G^3 \mid I^3\,]$$

⑤ G^3をギャップ空間と言おう。これはR^3とI^3の再結合を妨げるように両者の間に出現した、まるで膜のように見える単位複素空間G^3である。
⑥ R^3、G^3、I^3は完全分裂をしたわけではなく、R^3とI^3はG^3によって結ばれている不完全分裂と見なされる。
⑦ この状況を理論演算式で表し、そこから基素関数

$$f(\theta_j) = \pm R\omega_j \exp(\pm \sigma_j \tau)\cos\omega_j \tau$$

を得る。

⑧　この基素関数からｃとħが同時対生成されることが分かった。

$$c = 299792458 \quad [m^1 \cdot s^{-1}], \qquad \hbar = 1.054571596\times 10^{-34} \quad [J \cdot s^1]$$

⑨　この全空間には擬ブロムウィッチ=ワグナー球を想定でき、この半径をwとすると全空間H^9の曲率は

$$\Phi = 1.10267894\times 10^{-45} \quad [s^1 \ rad^{-1}]$$

である。ただし、距離の単位を持っていないことに注意。

⑩　基素関数をベクトルだと認めると、その二次的な式からスピン量子数 0、1/4、1/2、1、2、4 が得られる。また、電子のスピン角運動量 $3^{1/2}$／2 ħなども表現される。

⑪　同様に、そこには分数電荷が何故表れないかが説明される。

⑫　クォーク及びその混合、閉じ込め、そしてその複合粒子である核子や中間子の成り立ちが説明される。

⑬　同様の手法でニュートリノ振動も説明される。

⑭　実は大きな疑問点も現れた。それは、光子は質量を持っている可能性があるということだ。もしそうなら、光速度ｃが全空間H^9での最大速度ではなく、光子とニュートリノの速度差が殆どない、もしくは同じ、という観測事実を説明する。

⑮　四つの相互作用が統一される。

2,　空間の概念とその相互作用

§2－(1)　基素関数の導出

距離空間とは、一般的には三つの次元(x_1, x_2, x_3)で表される。これに対しミンコフスキーは、ｉｃｔを導入し時空(x_1, x_2, x_3, ict)を設定した。今ここで虚空間$i(x_1, x_2, x_3)$の存在を仮定すると、これは$i(ct_1, ct_2, ct_3)$と書き直される。この虚空間をミンコフスキー時空に入れると

$$C^6 = [x_1, x_2, x_3, i(ct_1, ct_2, ct_3)] \qquad [2\text{-}1]$$

という拡張された６次元の虚実空間になる。当然、実空間の次元x_jは光速度ｃ、

つまり光子の作用によってct_jに読み替えられる。ところで私達は虚空間なるものを感じ取ることはできない。ただし、それを時間として認識しているとしたらどうだろう。これはicを作用素とすると

$$x_j \overset{-i/c}{\Rightarrow} it_j \qquad \text{または} \qquad ix_j \overset{ic}{\Rightarrow} t_j \qquad [2 - 2]$$

のように表記される。また、もし虚空間側から実空間を見たとしても、それは時間としてしか捉えられないという逆双間関係も構成している。

ところで式[2 - 1]に依ると、いかにも時間には次元が備わっているように見える。しかし実際にはそういう訳ではなく、ただ虚空間の三つの次元を表すためだけの下付の添字だと考えてもらえばよい。では何故虚空間も 3 次元なのかというと、そうでなければ実空間と虚空間の間には双間関係を見出すことができなくなってしまうからだ。つまり、これは必要条件である。

関係式[2 - 2]は

$$\mathbf{R}^3 \overset{c}{\Leftrightarrow} \mathbf{I}^3 \qquad [2 - 3]$$

と書き直すことができる。このようにすると**空間の発振**が捉えやすくなる。

しかしまず、電子回路の発振に付いて述べる。発振回路は、基本的には増幅回路と共振回路、そして出力側から入力側への帰還回路によって構成されている。　信号入力系をV_{in}、信号出力系をV_{out}、増幅共振回路を$G(s)$、帰還回路を$\beta(s)$とする[Fig.1]。

この発振回路は伝達関数を使って表され

$$Y(s) = G(s) \cdot Q(s) / [1 - \beta(s) \cdot G(s)] \qquad [2 - 4]$$

となり、閉ループ伝達関数は

$$Gf(s) = G(s) / [1 - \beta(s) \cdot G(s)] \qquad [2 - 5]$$

と表現される。ところで、回路を安定的に発振させるには、回路内でのエネルギー損失を補うために、常にエネルギーを供給し続ける必要がある。しかしながら

$$\beta(s) \cdot G(s) = 1 \qquad [2 - 6]$$

が成り立つならばエネルギーの供給なしに回路は発振し続け、出力が得られる(エレクトロニクスの基礎；裳華房)。もし、式[2 - 6]の s の根が純虚数として現れる場合、この回路は回路の持つ特性上の制限の下に、一定の周波数で定状発振することになる。

今、ループ伝達関数を使ってラプラス変換を行なおう。この場合に注意しな

ければならないことは、ラプラス演算子ｓは一般的には複素数であって純虚数とはならないということだ。そこでｓにはやはり複素数を与えなければならない。ところで、ラプラス演算子ｓは式の収束という制限を担っているから

$$-s = +\sigma + i\omega \quad \text{または} \quad +s = -\sigma + i\omega \qquad [2\text{-}7]$$

を与えなければならない。

一般の回路では安定した発振を得るために共振回路が必要だが、安定させる必要がない場合にはそれを外すことが出来る。その場合でも爆発的な発振をする訳ではない。これも回路には特性上の制限があるからだ。利得についても同様に無限大とはならない。そこで、式[2 - 6]のｓの根が式[2 - 7]の右側になるようにすると

$$\beta(s) \cdot G(s) = -(s - \sigma)^2 / \omega^2$$

$$= 1 \qquad [2\text{-}8]$$

とすればよい。これで電子回路の発振を表す準備はそろった。

ではここで空間の発振に関する解を得るために、[Fig.2]のブロック図で考えよう。一見したところ V_{in} も V_{out} もないように思えるが、$\beta(s)$から $G(s)$へ入るものを V_{in}、$G(s)$から$\beta(s)$へ行くものを V_{out} と考えよう。このブロック図を使う場合には、式[2 - 5]を**完全閉ループ伝達関数**と呼ぼう。

そこでまず$G(s)$と$\beta(s)$の意味付けをしよう。$G(s)$は実空間の構造と同等であるとしX^2とする。$\beta(s)$は虚空間の構造と同等であるとすれば$(iX)^2$と置くことが出来るが、実空間から見るとicが抜けた時間としてしか見えないと考えるためT^2とする。これにより$(iX)^2$は$(icT)^2$に置き換えられるから

$$X^2 = -(icT)^2 \qquad [2\text{-}9]$$

となる。これらを考慮すると

$$\beta(s) = -G(s) / c^2 \qquad [2\text{-}10]$$

という関係になり、そして

$$\beta(s) \cdot G(s) = -G(s) \cdot G(s) / c^2 \qquad [2\text{-}11]$$

とできる。また、式[2 - 8]より

$$G(s) \cdot G(s) / c^2 = (s - \sigma)^2 / \omega^2 \qquad [2\text{-}12]$$

となり

$$G(s) = \pm c(s-\sigma)/\omega \qquad [2-13]$$

が得られる。ここで式[2‐8]と式[2‐13]を式[2‐5]に入れると

$$Gf(s) = \pm[c(s-\sigma)/\omega]/[1+(s-\sigma)^2/\omega^2]$$

$$= \pm c\omega[(s-\sigma)/((s-\sigma)^2+\omega^2)] \qquad [2-14]$$

が求まる。この Gf(s)を逆ラプラス変換すると

$$a = L^{-1}[Gf(s)]$$

$$= \pm c\omega L^{-1}[(s-\sigma)/((s-\sigma)^2+\omega^2)]$$

$$= \pm c\omega e^{-\sigma\tau}\cos\omega\tau \qquad [2-15]$$

が得られる。そして、ラプラス演算子 s の根(式[2‐7]の左側)を考慮すると、式[2‐15]は

$$a = \pm c\omega e^{\pm\sigma\tau}\cos\omega\tau \qquad [2-16]$$

となる。これが**ギャップ空間理論(GAPS 理論)の基素関数**である。

§2－(2)　基素関数の拡張(a)

実空間も虚空間も次元を三つ持つとしたため、式[2‐16]はまだ手直しが必要だ。何故なら、それは実空間の一つの次元と虚空間の一つの次元との間の関係でしかないからだ。実は、実空間の一つの次元に虚空間の一つの次元を対応させなければならないという制限は、伝達関数を取り扱う場合の一対一の対応という制限にもなっている。それを考慮すると、基素関数には三者の関係を表現させなければならない。つまり

$$a_j = \pm c\omega_j \exp(\pm\sigma_j\tau)\cos\omega_j\tau, \qquad j=1,2,3 \qquad [2-17]$$

となる。もし式の簡略化が誤解を招かないようなら、正負の符号も省略して

$$a_j = c\omega_j e^{\pm\rho_j}\cos\delta_j, \qquad \sigma_j\tau=\rho_j, \qquad \omega_j\tau=\delta_j \qquad [2-18]$$

と表記しよう。

次にはっきりさせなければならないことは、この式が実空間側から全空間を見た場合に得られた関係式だということだ。では虚空間側から全空間を見ると

どうなるか。その関係式は

$$i\,a_j = i\,c\,\omega_j e^{\pm\rho_j} \cos\delta_j \qquad [2 - 19]$$

で表される。ここで式[2 - 9]を導出した話を思い出してもらおう。そこでは実空間も虚空間も自乗したものがブロック図に当てはまることになっている。つまり実空間と虚空間が直干渉した場合には、基素関数もそのように取り扱わなければならないということだ。もっとやさしく言うと、実空間と虚空間は自乗した状態で出会うということで、基素関数も自乗して出会わせることになる。これは、式で表すと

$$(a_j)^2 + (i\,a_j)^2 = a_j^2 - a_j^2$$

$$= 0 \qquad [2 - 20]$$

となって消滅してしまう。このままでは全空間 **H** が実空間と虚空間に分かれても、それらは直ぐに消滅して元に戻ってしまうということだ。実は、これはラプラス演算子 s が純虚数の場合に起こる現象だ。空間が存在しているという事実を考え合わせれば、ラプラス演算子 s が純虚数であろうはずがない。では何か思慮が足りないのか。そう、そのとおり。実際にはラプラス演算子 s は複素数である。これは、全空間の中には複素空間も存在していることを意味しているのだ。実空間と虚空間の間に薄い膜のような、複素空間という隔たりがあるといえないか。確かに複素数は実数と虚数で作られているのだから、そのように捉えることができる。これを基素関数に導入することは簡単だ。それは

$${}_g a_j = c\,\omega_j \exp(\pm i\,\sigma_j\,\tau) \cos\omega_j\,\tau \qquad [2 - 21]$$

と、σの前に虚数の記号iを入れるだけで良い。a_jの左下付きの半角文字gはその式が複素数であることを表す記号である。さてこれで三種類の基素関数が得られた。これらを下に現存している全空間は

$$\mathbf{H}^9 = [\,\mathbf{R}^3 \mid \mathbf{G}^3 \mid \mathbf{I}^3\,] \qquad [2 - 22]$$

と表現される。**H**の右肩の 9 は、全空間が 9 次元であることを意味する。そして$\mathbf{G}^3$は複素空間、つまり**ギャップ空間**を表す。先の議論で分かるとおり、三つの空間は完全分裂したのではなく、$\mathbf{G}^3$で緩やかに繋がっていると言える。この意味において、当初の全空間は爆発したとは言えず、どちらかといえば**相転移**したと言った方が変化を上手く表現しているだろう。これらを

$$\mathbf{H} \xrightarrow{\text{相転移}} \mathbf{H}^9 = [\,\mathbf{R}^3 \mid \mathbf{G}^3 \mid \mathbf{I}^3\,] \qquad [2 - 23]$$

と表記する。
　では空間の相転移は簡単に起こったのだろうか。いやそんなことはない。多分何度も式[2 - 20]で表される事象を経験した末に私達の宇宙は生まれたのだろう。この点に付いては後ほど触れよう。
　さて、基素関数の拡張はまだ残っている。　　式[2 - 17]のa_jの単位はωが$[rad^1 s^{-1}]$だから$[m^1 s^{-2} rad^1]$という加速度の単位を持っている。そこでa_jの積分を繰り返せば、速度や長さを表す式が現れるのではないかと思われる。実際、τについて積分すればそれらが得られる。例えば

$$a^{\pm}_j = \pm c\,\omega_j \exp(\pm\sigma_j\tau)\cos\omega_j\tau \qquad [2 - 24]$$

だから

$$v^{+}_j = \int a^{+}_j d\tau$$

$$= c\,\omega_j \exp(+\sigma_j\tau)[\omega_j \sin\omega_j\tau + \sigma_j \cos\omega_j\tau] / (\sigma_j^2 + \omega_j^2) \qquad [2 - 25]$$

$$v^{-}_j = \int a^{-}_j d\tau$$

$$= c\,\omega_j \exp(-\sigma_j\tau)[\omega_j \sin\omega_j\tau - \sigma_j \cos\omega_j\tau] / (\sigma_j^2 + \omega_j^2) \qquad [2 - 26]$$

が求まる。ここでは不定積分によって現れる定数成分は省略する。また

$$[\omega_j \sin\omega_j\tau + \sigma_j \cos\omega_j\tau] = \sin(\omega_j\tau + \Delta\delta_{a+}) \cdot (\sigma_j^2 + \omega_j^2)^{1/2}$$

$$\Delta\delta_{a+} = \tan^{-1}(+\sigma_j / \omega_j) \qquad [2 - 27]$$

$$[\omega_j \sin\omega_j\tau - \sigma_j \cos\omega_j\tau] = \sin(\omega_j\tau + \Delta\delta_{a-}) \cdot (\sigma_j^2 + \omega_j^2)^{1/2}$$

$$\Delta\delta_{a-} = \tan^{-1}(-\sigma_j / \omega_j) \qquad [2 - 28]$$

となる。式[2 - 25]、[2 - 26]を正負の混同がないよう注意を払うということを前提に式[2 - 27]、[2 - 28]を入れて一つの式に纏めると、速度$v^{\pm}_j$は

$$v^{\pm}_j = c\,\omega_j e^{\pm\sigma_j\tau} \sin(\omega_j\tau + \Delta\delta_{a\pm}) / (\sigma_j^2 + \omega_j^2)^{1/2}$$

$$\Delta\delta_{a\pm} = \tan^{-1}(\pm\sigma_j / \omega_j) \qquad [2 - 29]$$

と書くことができる。なおこの正弦関数は余弦関数で表すことも出来る。同様にして空間を表す距離$r^{\pm}_j$や、そこでの動き難さを表す動難度$b^{\pm}_j$も得られるがここでは書かない。
　次に複素空間での基素関数を拡張してみよう。さて指数関数は

$$\exp(\pm i\,\sigma_j\tau) = \cos\sigma_j\tau \pm i \sin\sigma_j$$

であって、この場合実数と虚数の和や差は、実際には為しようがない。つまり、複素式には実数の大きさと虚数の大きさが表されるだけで、両者の和を採ろうが差を採ろうが式を構成するに当たっては問題ない。このような考え方を踏まえて式[2 - 21]の$_ga_j$を積分する。

$$_gv^+_j = \int {}_ca^+_j d\tau$$

$$= c\omega_j \exp(+i\sigma_j\tau)[\omega_j \sin\omega_j\tau + i\sigma_j \cos\omega_j\tau]/(-\sigma_j^2+\omega_j^2) \qquad [2 - 30]$$

$$_gv^-_j = \int {}_ca^-_j d\tau$$

$$= c\omega_j \exp(-i\sigma_j\tau)[\omega_j \sin\omega_j\tau - i\sigma_j \cos\omega_j\tau]/(\sigma_j^2+\omega_j^2) \qquad [2 - 31]$$

さあ、式[2 - 32]をよく見て頂きたい。ここには$(-\sigma_j^2+\omega_j^2)$という量が現れた。これは深く考察しなければならない。後の議論で分かることだが、今のところはそのまま受け入れよう。

3,　変数の意味付け

§3－(1)　ω、σ、τの意味

式$a^{\pm}_j$はラプラス変換を利用して得られた。ラプラス変換と一口にいっても色々な事象があり、各々その事象に合った変換方法がある。そして、それらの変換方法は何かの定理で裏打ちされている。

さて、ここで議論している変換方法は、ブロムウィッチ=ワグナー(B=W)定理の下に成り立っていると考えられる(ラプラス変換・演算子法；コロナ社)。この定理は半径 L が無限大のB=W円を置いて構成されているが、今ここでそれを議論しようというのではない。必要なものはB=W円だ。この円は演算子 $s=(\Sigma, i\Omega)$で表される s 平面上に存在している。また、半径 L は $L=(\sigma, i\omega)$で表される。ところで、複素式$_ga^{\pm}_j$ではσ_jの前に虚数 i が付いていた。それに$_ga^{\pm}_j$は三つの式で構成された次元数 3 を持っている。そこでまず、次元数を整合させなければならない。それにはB=W円が演算に必要なだけ、つまり三つ存在すると考えるべきだろう。このB=W円の半径 L は

$$L = (\sigma_j, i\omega_j) \qquad \because \sigma_j = L\cos\theta_j, \quad \omega_j = L\sin\theta_j \qquad [3 - 1]$$

と表される。この L を自乗すると$\sigma_j \perp i\omega_j$だから

$$L^2 = \sigma_j^2 - \omega_j^2 \qquad [3 - 2]$$

となるが、これが式[2 - 32] $_g a^+_j$ で現れた$(-\sigma_j^2+\omega_j^2) = -(\sigma_j^2 - \omega_j^2)$の意味である。これに依ってｓ空間はギャップ空間の存在を保証し、ギャップ空間での虚軸の採り方はｓ空間によって縛られず、σ_jに虚数ｉが付いていても問題ないと理解できる。また、σ_jとω_j の関係を実空間内に発展させ、

$$L = (\sigma_j,\ \omega_j) \quad \text{として} \quad L^2 = \sigma_j^2 + \omega_j^2$$

を成り立たせることもできる。この三つの円の組み合わせは球として捉えることもできる**[Fig.B=W]**。これを擬ブロムウィッチ=ワグナー球といおう。そこで

$$w = (\sigma_j,\ \omega_j) \qquad \because \sigma_j = w\cos\theta_j,\quad \omega_j = w\sin\theta_j \qquad [3 - 3]$$

$$w^2 = \sigma_j^2 + \omega_j^2 \qquad \because \sigma_j \perp \omega_j,\quad \omega_j = (\sigma_k + \sigma_n),\quad j \neq k \neq n$$

$$= \sigma_j^2 + \sigma_k^2 + \sigma_n^2 \qquad \because \omega_j = (\sigma_k, \sigma_n) \qquad [3 - 4]$$

と書き直す。これは実空間中の球の方程式である。つまり、σ_jとω_jはこのような関係の下に成り立っているということだ。

ところで、τの意味付けは時間の概念を見直さなくてはならない。そもそも時間とは純然たる物理量なのだろうか。確かに未来を予測するにはなくてはならない尺度ではある。しかし過去へは戻れない事実からして、時間の次元が存在すると決め付けることはできない。また、未来を予測できるとは言っても、未来へ行って見て来ることもできない。過去はあくまでも記憶の中に留めて置くものであるし、未来は「今」の積み重ねで築き上げていくものだ。では現実の状態の変化を物理的にはどう捉えるべきであろうか。それは時間の流れで計るものではなく、運動量の存在や変化の下に量られるものではないだろうか。この意味に於いて、時間とは運動の変化を量るために持ち込まれた計量であるといえる。夢のない話だがこれが現実だ。

ところで、時間次元がないとするなら、ここでの議論は無意味になってしまう恐れがある。確かにそのとおりだが、未来を予測する計量を数学的手法として、ここでも上手く活用したという言い訳はできる。

ではτを何と説明すべきか。それは運動量を量子化した場合に現れる単位素量だとはいえないか。ただし、これは時間の単位を持っている。これでは先程来の議論と矛盾しているように見える。しかしτはあくまでも式の表面に現れているのではなく、三角関数や指数関数の中に隠れて存在しているものである。この意味に於いて時間を数学的手法として上手く活用したという言い訳は成り

立つ。具体的には τ を(または τ の最小値を)プランクの時間 t_{pl} だとするのが妥当であろう。この理由は半径wとの絡みもあって後程述べる。

$$\tau = 5.390557921 \times 10^{-44} \qquad [\,s^1\,] \qquad \text{(プランク時間)} \quad [3\text{-}5]$$

§3−(2)　基素関数の拡張(b)

もう少し基素関数に就いて議論を進めたい。これはそれぞれの三次元空間中に存在するベクトルであると直ぐに理解される。すると基素関数の $\omega_j\tau$ という量はそれぞれの次元軸とベクトルとの為す角であると分かる。

$$\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3)$$

$$a_j = c\,\omega_j e^{\pm\sigma_j\tau}\cos\omega_j\tau \qquad [3\text{-}6]$$

ここでは a_j の上付き正負の符号は省略した。言うまでもないが、式[3 - 6]は各次元上に乗ったベクトルの成分である。もしこのベクトルを平面に置いたとすると、$\cos\omega\tau$ と $\sin\omega\tau$ の二つの成分で表されることになる[Fig.3]。よって、式[3 - 6]に対応するもう一方の成分を

$$a^*_j = c\,\omega_j e^{\pm\sigma_j\tau}\sin\omega_j\tau \qquad [3\text{-}7]$$

と書こう。a_j と a^*_j を一対としたベクトルを

$$A_j = (aj, a^*_j) \qquad [3\text{-}8]$$

とする。a^*_j を a_j のゴーストと言おう。また a^*_j で構成されるベクトルを

$$\mathbf{a}^* = (a^*_1, a^*_2, a^*_3) \qquad [3\text{-}9]$$

と表そう。以上より

$$\mathbf{A} = (\mathbf{a}, \mathbf{a}^*) \qquad [3\text{-}10]$$

という量の存在を想定する。

さて a_j を積分した v_j を見ると、ω_j と σ_j は直交しているため

$$v_j = c\,\omega_j e^{\pm\sigma_j\tau}[\,\omega_j\sin\omega_j\tau \pm \sigma_j\cos\omega_j\tau\,] / (\sigma_j^2+\omega_j^2)$$

$$= c e^{\pm\sigma_j\tau}[\,\omega_j^2\sin\omega_j\tau \pm \omega_j\sigma_j\cos\omega_j\tau\,] / (\sigma_j^2+\omega_j^2)$$

$= ce^{\pm\sigma_j\tau}\omega_j^2\sin\omega_j\tau / (\sigma_j^2+\omega_j^2)$　　$\because \omega_j \perp \sigma_j$　　[3 - 11]

となる。

もしこのベクトル**a**が**単位素ベクトル**だとすると、その各次元上の成分a_jは全て同じ大きさで、これを**素成分**a_jと言おう。すると**a**は**単位空間**(単位立方体)の対角線上にしか存在し得ないベクトルだといえる。この場合、**a**の各次元に対して為す角度Θ_eは

$$\Theta_e = \cos^{-1}[(1/3)^{1/2}]$$

$$= 0.9553166182 \quad [\mathrm{rad}] \qquad (54.73561032^\circ) \qquad [3 - 12]$$

$$\Theta_e = \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 \qquad [3 - 13]$$

となる(証明は省略)。実は、これは**電子の傾き角度**でもある。

4,　光速度 c とプランク定数 ħ の同時対導出

§4−(1)　全空間H^9の生まれ方

では基素関数の変数を色々と操作してみよう。まず

$$\omega_j\tau = w\tau\sin\theta_j, \qquad \sigma_j\tau = w\tau\cos\theta_j \qquad [4 - 1]$$

と直すことができる。これを基素関数に代入すると式[3 - 12]は

$$a_j = c\, w\sin\theta_j \ \exp(\pm\ w\tau\cos\theta_j)\cos(w\tau\sin\theta_j) \qquad [4 - 2]$$

$${}_ga_j = c\, w\sin\theta_j \ \exp(\pm i\, w\tau\cos\theta_j)\cos(w\tau\sin\theta_j)$$

$$= c\, w\sin\theta_j[\cos(w\tau\cos\theta_j)\pm i\sin(w\tau\cos\theta_j)]\cos(w\tau\sin\theta_j) \qquad [4 - 3]$$

となる。$w\tau$は角度の次元を持っているのだが、これは何がしかの定数だと予測される。これに就いては後ほど調べる。そこで、とりあえず$w\tau$にはゼロから無限大までの数値を用意しておく。 次に$\omega_j\tau$とθ_jの値を用意したいが$\omega_j\tau$、$w\tau$、θ_jすべてが従属関係にあるため一様な値の指定は出来ない。そこで$\omega_j\tau$の値を一つずつ指定し、それに基づきθ_jの値を算出する。

$$\theta_j = \sin^{-1}(\omega_j\tau / w\tau) \qquad [4\text{-}4]$$

ところで、前章で導出したとおり　$\omega_j\tau = \Theta_e$ なのだから

$$\theta_j = \sin^{-1}(\Theta_e / w\tau) \qquad [4\text{-}5]$$

である。これをもとにM.S.エクセルに依って基素関数a_j及び $_g a_j$を数値演算させたものを[sheet 1]に載せる。なおこの数値演算には、c 及び単独で存在するwの値は無視した。

この表よりとても興味深い現象が見て取れる。

まずギャップ空間ベクトル成分$_g a_j$の実部は、θ_jがゼロから$\pi/2$ に向かうにつれて振動しながら漸増し、値[0.577350269 c w]に到達する。θ_jがゼロに近い場所では発振していると言って差し支えない。これが　**ギャップ空間の生まれ方**である[Graph 1]。

$_g a_j$の虚部は実部の位相とは逆転していて、実部と同様に発振しながら漸増するが、$\theta_j = \pi/2$ のところでは消滅してしまう[Graph 2]。

[Graph 5]は$_g a_j$の実部と虚部の従属関係を表している。グラフ機能の優れたソフトウェアーを利用して 3-Dグラフを作るまでもなく、$_g a_j$はθ軸を中心にした螺旋回転を描いていることが分かる。

次に、実空間ベクトル成分a_jのe^+側は$\theta_j = 0$ でゼロ。ところがθ_jが極微動しただけで無限大といえるほど数値が上昇し、そしてθ_jが大きくなるにつれて急激に減少し$\theta_j = \pi/2$ で値[0.577350269 c w]に収束する。巷言われる**ビッグバン**とはこの現象を差していると思われる。[Graph 3]。

a_jのe^-側は、$\theta_j = 0$ でゼロとなっていることはe^+側と同じであるが、θ_j が$\pi/2$ に向かっては急増せずに値[0.577350269 c w]に落ち着く[Graph 4]。

このように実空間$\mathbf{R}^3$だけを捉えても二つの現象が同時に進行している。これがビッグバン理論とは異なる点である。

また、虚空間ベクトル成分i a_jの様子はa_jと同じである。ビッグバンは虚空間側でも起こったのである。ただしここではビッグバンとはいわない。あくまでもこれら全ての現象を一つのものと捉え、全空間**H**の**相転移**であると言おう。この後、私達が知っている全空間$\mathbf{H}^9$が生まれたのである。

§4－(2)　 c と ħ の導出

実は、前セクションの数値演算は$\omega_j\tau = \Theta_e$の場合だけではなく、色々な数値を$\omega_j\tau$に当てはめて行った。その理由はB=W円の半径wの値を決定するようなヒントが掴めないかと思ったからである。何度も数値演算を繰り返している内

に、偶然にも$w\tau$=48.9 辺りに光速度 c の値のヒントになるものが出て来た。
　パソコンでも一年程度トライアンドエラーを繰り返したのだから、もし人間が手計算をしたとするなら 30 年から 50 年は掛かったであろう。ほんの数年でパソコンに装備する演算素子の能力が 100 倍、1000 倍と高まったことや、素晴らしいソフトウェアーの開発がなされた事を驚きに思うし、感謝する。実は私が以前持っていたパソコンは、石器時代のもので使い物にならなかった。
　では式[4 - 2]を使って実際に c の値を探してみよう。

$$a^{\pm}{}_j = c\,\omega_j\ e^{\pm\rho_j}\ \cos\delta_j$$

$$= c\ w\sin\theta_j\ \exp(\pm w\tau\cos\theta_j)\cos(w\tau\sin\theta_j) \qquad [4 - 2]$$

　ここでも前セクションと同様に変数の取り方に注意する。ただしここでは先に、$\omega_j\tau=\delta_j$に 0 から $\pi/2$ を与える。その後、$\theta_j=\sin^{-1}(\omega_j\tau/w\tau)$に依って$\theta_j$を求める。この際$w\tau$は以前予備導出した「48.9」という値とし、その後この近辺を探索する。演算結果を[case①、case②、case③]に表す。
　いまここで

$$c = 299792458\quad[\mathrm{m}^1\cdot\mathrm{s}^{-1}],\qquad \hbar = 1.054571596\times10^{-34}\quad[\mathrm{J}\cdot\mathrm{s}^1]$$

$$\hbar/c = 3.517672202\times10^{-43}\quad[\mathrm{J}^1\cdot\mathrm{m}^{-1}\cdot\mathrm{s}^2]$$

を採用する。
　結果はご覧の通り驚くべきものであった。以下に各 case の最重要部分を列挙する。

case①　条件①　$w\tau = 48.87668$　　$\delta_j = 0.00000000000553261063\,\pi/2$

$\theta_j = 1.77807\times10^{-13}$

解①　$a^+{}_j = 299792458.2\ c\ w$　　$a^-{}_j = 1.05457\times10^{-34}\ c\ w$

$a^-{}_j / a^+{}_j = 3.51767\times10^{-43}$

case②　条件②　$w\tau = 48.886015$　　$\delta_j = \Theta_e$

$\theta_j = 0.01954296$

解②　$a^+{}_j = 1.90228\times10^{+19}\ c\ w$　　$a^-{}_j = 6.6916\times10^{-24}\ c\ w$

$a^-{}_j / a^+{}_j = 3.51767\times10^{-43}$

case③　条件③　$w\tau = 48.901915$　　$\delta_j = 0.999999999996476\pi/2$

$\theta_j = 0.032126893$

解③　　$a^+_j = 299801584.4cw$　　　$a^-_j = 1.0546\times10^{-34}\,cw$

$a^-_j / a^+_j = 3.51767\times10^{-43}$

これらはパソコンの演算能力が限界に達したためここまでの値しか出せなかった。しかし、何と言っても見事に光速度 c (a^+_j側)の値が導出された。そればかりではなく、同じ条件でħ(a^-_j側)の値まで導き出されているではないか。この c とħの同時対導出によってギャップ空間理論の正当性は裏打ちされた。

　だが見直さなければならないこともある。それは case②で c とħが本当の値とはかなりの開きがあるということと、c w の値が考慮されていないことだ。

　まず c とħの説明をする。実は、これらの「値」というのは人間が自分の尺度で測ったもので、ある単位の下に与えられた数値でしかなく、物理的には絶対的なものではない。その意味に於いては$c=1$、$\hbar=1$ と置いても差し支えなく、事実これは頻繁に行われている操作だ。このように考えれば、c もħも単なる「係数」として良い。では何が重要かというと、比ħ／c が正しく表されていることである。こう考えれば、case②の数値の不一致は大きな問題ではないと分かる。また、wの値が如何なるものであっても、比$a^-_j/a^+_j=\hbar/c$が成立することは自明である。以上によって基素関数を書き直すと

$$a^+_j = c\,\omega_j\; e^{+\rho_j}\;\cos\delta_j \qquad \varepsilon^-_j = \hbar\,\omega_j\; e^{-\rho_j}\;\cos\delta_j \qquad [4\text{-}6]$$

という限定された式になる。

　上記考察は c とħとの単位を無視して行われた。そこで式[3 - 11]の＋側を c とし、－側をħと考えそれをħ^-_jという記号で表す。

$$v^+_j = c\,\omega_j^2\, e^{+\rho_j}\;\cos\delta_j/(\sigma_j^2+\omega_j^2) \qquad [4\text{-}7]$$

$$\hbar^-_j = \hbar\,\omega_j^2 e^{-\rho_j}\;\cos\delta_j/(\sigma_j^2+\omega_j^2) \qquad [4\text{-}8]$$

この式は

$$\omega_j = w\sin\;\theta_j \qquad \sigma_j = w\cos\;\theta_j \qquad \therefore(\sigma_j^2+\omega_j^2) = w^2 \qquad [4\text{-}9]$$

であるから

$$v^+_j = c\sin^2\theta_j\, e^{+\rho_j}\cos\delta_j \qquad [4\text{-}10]$$

$$\hbar^-_j = \hbar \sin^2\theta_j \, e^{-\rho_j} \cos\delta_j \qquad [4\text{-}11]$$

と直される。この式[4 - 10]、[4 - 11]を使って数値演算する。
この結果も**[case④、case⑤、case⑥]**に表す。また先程と同様に纏める。

case④　条件④　$w\tau = 48.87668$　　$\delta_j = 0.00001312066853\pi/2$

$\theta_j = 4.21671\times10^{-7}$

解④　$v^+_j = 299792458\,c$　　$\hbar^-_j = 1.05457\times10^{-34}\ \hbar$

$\hbar^-_j / v^+_j = 3.51767\times10^{-43}$

case⑤　条件⑤　$w\tau = 48.886015$　　$\delta_j = \Theta_e$

$\theta_j = 0.01954296$

解⑤　$v^+_j = 3.71738\times10^{+17}\,c$　　$\hbar^-_j = 1.30765\times10^{-25}\ \hbar$

$\hbar^-_j / v^+_j = 3.51767\times10^{-43}$

case⑥　条件⑥　$w\tau = 48.901915$　　$\delta_j = 0.999999999890292\pi/2$

$\theta_j = 0.032126893$

解⑥　$v^+_j = 299791839.4\,c$　　$\hbar^-_j = 1.05457\times10^{-34}\ \hbar$

$\hbar^-_j / v^+_j = 3.51767\times10^{-43}$

さて、ベクトル **a** が単位立方体の対角線を為す単位ベクトルだとすると、それの持つ角度は全て同一で

$$\Theta_e = \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 \qquad [3\text{-}13]$$

となることが分かっている。このような厳しい条件を case②と case⑤は満たしている。
いまや式[3 - 11]は

$$R = [\,c_{(+)}, \hbar_{(-)}] \qquad [4\text{-}12]$$

となる R で書き換えることができる。この場合の基素関数は

$$f(\theta_j) = R \sin^2\theta_j \; e^{\pm\rho_j} \; \cos\delta_j$$

$$= (\,c \sin^2\theta_j \; e^{+\rho_j} \; \cos\delta_j, \quad \hbar \sin^2\theta_j \; e^{-\rho_j} \; \cos\delta_j) \qquad [4\text{-}13]$$

と表される。

実のところ、重要なのは比ħ／c であるという考えに立てば$e^{+\rho_j}$ と$e^{-\rho_j}$ に注目するだけでよい。この場合$e^{+\rho_j}$ をｃの種、$e^{-\rho_j}$ をħの種と言おう。得られる結果を挙げると

case⑦　条件⑦　$w\tau = 48.87668$　　$\delta_j = 0.0000000000553261063\pi/2$

$\theta_j = 1.77807\times10^{-13}$

解⑦　$c\,e^{+\rho_j} = 1.68606\times10^{+21}\,c$　　$\hbar\,e^{-\rho_j} = 5.931\times10^{-22}\ \hbar$

$e^{-\rho_j}/e^{+\rho_j} = 3.51767\times10^{-43}$

case⑧　条件⑧　$w\tau = 48.886015$　　$\delta_j = \Theta_e$

$\theta_j = 0.01954296$

解⑧　$c\,e^{+\rho_j} = 1.68606\times10^{+21}\,c$　　$\hbar\,e^{-\rho_j} = 5.931\times10^{-22}\ \hbar$

$e^{-\rho_j}/e^{+\rho_j} = 3.51767\times10^{-43}$

case⑨　条件⑨　$w\tau = 48.901915$　　$\delta_j = 0.999999999890292\pi/2$

$\theta_j = 0.032126893$

解⑨　$c\,e^{+\rho_j} = 1.68606\times10^{+21}\,c$　　$\hbar\,e^{-\rho_j} = 5.93099\times10^{-22}\ \hbar$

$e^{-\rho_j}/e^{+\rho_j} = 3.51767\times10^{-43}$

となる[case⑦、case⑧、case⑨]。これは[$48.87668\leqq w\tau\leqq48.901915$]の範囲に於いて、[$0\leqq\delta_j\leqq\pi/2$]のいずれの場合にも

$c\,e^{+\rho_j} = 1.68606\times10^{+21}\,c$　　$\hbar\,e^{-\rho_j} = 5.931\times10^{-22}\ \hbar$

$e^{-\rho_j}/e^{+\rho_j} = 3.51767\times10^{-43}$　　$e^{-\rho_j}\cdot e^{+\rho_j} = 1$

という定まった値を探し出せるということだ。しかしながら、これらが本質的な数値だと認めるには注意が必要だ。何故ならプランク定数を「エルグ」表記したり「eV」表記したりすれば当然 $w\tau$ の値も変わり、そして比ħ／c も変わるからである。

ところで、数値でħが得られただけでは不十分である。当然、ħを導出する理論的考察もしなければならない。そこで空間の基素関数と同じ手法を採ってħを導き出す。ただし等価回路に置いた「空間 **X**」は「慣性モーメントΨ」に

置き換えなければならない[Fig.4]。帰還回路は i ℏ t になる。こうして得られた基素関数が

$$\varepsilon_j = \hbar\,\omega_j e^{-\sigma_j\tau}\cos\omega_j\tau \qquad [4 - 14]$$

で、これを積分したものは角運動量となり

$$\hbar_j = \hbar\,\omega_j e^{-\sigma_j\tau}\,\sin(\omega_j\tau + \varDelta\delta_{a-})/(\sigma_j^2+\omega_j^2)^{1/2}$$

$$\varDelta\delta_{a-} = \tan^{-1}(-\sigma_j/\omega_j) \qquad [4 - 15]$$

である。上式をベクトル表現すれば式[4 - 8]になる。

$$\hbar^-_j = \hbar\,\omega_j^2 e^{-\rho_j}\,\cos\delta_j/(\sigma_j^2+\omega_j^2) \qquad [4 - 8]$$

§4－(3)　式のまとめ

以下に全ての式を列挙しておく。まず実空間R^3でのスカラー表現は

$$a^+_j = c\,\omega_j\exp(+\sigma_j\tau)\cos\omega_j\tau \qquad [4 - 16]$$

$$v^+_j = c\,\omega_j e^{+\sigma_j\tau}\,\sin(\omega_j\tau + \varDelta\delta_{a\pm})/(\sigma_j^2+\omega_j^2)^{1/2}$$

$$\varDelta\delta_{a+} = \tan^{-1}(+\sigma_j/\omega_j) \qquad [4 - 17]$$

$$r^+_j = c\,\omega_j e^{+\sigma_j\tau}[2\omega_j\sigma_j\sin\omega_j\tau - (\sigma_j^2-\omega_j^2)\cos\omega_j\tau]/(\sigma_j^2+\omega_j^2)^2$$

$$= c\,\omega_j e^{+\sigma_j\tau}\,\cos(\omega_j\tau - \varDelta\delta_{r+})/(\sigma_j^2+\omega_j^2)$$

$$\varDelta\delta_{r+} = \tan^{-1}(-2\omega_j\sigma_j/(\sigma_j^2-\omega_j^2)) \qquad [4 - 18]$$

$$b^+_j = c\,\omega_j e^{+\sigma_j\tau}[\omega_j(\omega_j^2-3\sigma_j^2)\sin\omega_j\tau + \sigma_j(3\omega_j^2-\sigma_j^2)\cos\omega_j\tau]$$

$$/(\sigma_j^2+\omega_j^2)^3$$

$$= c\,\omega_j e^{+\sigma_j\tau}\,\sin(\omega_j\tau + \varDelta\delta_{b+})/(\sigma_j^2+\omega_j^2)^{3/2}$$

$$\varDelta\delta_{b+} = \tan^{-1}[+(3\omega_j^2\sigma_j-\sigma_j^3)/(\omega_j^3-3\omega_j\sigma_j^2)] \qquad [4 - 19]$$

と表される。なお、以前省略したのだがこれらには全て正と負の解が存在する。

次にベクトル表現をする。ただし右肩に「＊」が付いた式はゴーストである。

$$a_j = c\,\omega_j\ e^{+\rho_j}\ \cos\delta_j$$

$$a^*_j = c\omega_j\ e^{+\rho_j}\ \sin\delta_j \qquad [4\text{-}20]$$

$$v_j = c\omega_j^2 e^{+\rho_j}\ \cos\delta_j／(\sigma_j^2+\omega_j^2)$$

$$v^*_j = c\omega_j^2 e^{+\rho_j}\ \sin\delta_j／(\sigma_j^2+\omega_j^2) \qquad [4\text{-}21]$$

$$r_j = c\omega_j^3 e^{+\rho_j}\ \cos\delta_j／(\sigma_j^2+\omega_j^2)^2$$

$$r^*_j = c\omega_j^3 e^{+\rho_j}\ \sin\delta_j／(\sigma_j^2+\omega_j^2)^2 \qquad [4\text{-}22]$$

$$b_j = c\omega_j^4 e^{+\rho_j}\ \cos\delta_j／(\sigma_j^2+\omega_j^2)^3$$

$$b^*_j = c\omega_j^4 e^{+\rho_j}\ \sin\delta_j／(\sigma_j^2+\omega_j^2)^3 \qquad [4\text{-}23]$$

となる。虚空間$\mathbf{I}^3$の式は$\mathbf{R}^3$の式の頭に虚数iを付けるだけなので、ここでは省略する。

そして慣性モーメントの等価回路から得られた基素関数を以下に列記する。

実慣性モーメント空間$_R\Psi^3$でのスカラー表現は

$$\varepsilon^-_j = \hbar\,\omega_j e^{-\sigma_j\tau}\cos\omega_j\tau \qquad [4\text{-}24]$$

$$\hbar^-_j = \hbar\,\omega_j e^{-\sigma_j\tau}\ \sin(\omega_j\tau+\varDelta\delta_{a-})／(\sigma_j^2+\omega_j^2)^{1/2}$$

$$\text{ただし}\quad \varDelta\delta_{a-} = \tan^{-1}(-\sigma_j／\omega_j) \qquad [4\text{-}25]$$

$$\phi^-_j = \hbar\,\omega_j e^{-\sigma_j\tau}\ \cos(\omega_j\tau-\varDelta\delta_{r-})／(\sigma_j^2+\omega_j^2)$$

$$\text{ただし}\quad \varDelta\delta_{r-} = \tan^{-1}(+2\omega_j\sigma_j／(\sigma_j^2-\omega_j^2)) \qquad [4\text{-}26]$$

$$\chi^-_j = \hbar\,\omega_j e^{-\sigma_j\tau}\ \sin(\omega_j\tau+\varDelta\delta_{b-})／(\sigma_j^2+\omega_j^2)^{3/2}$$

$$\text{ただし}\quad \varDelta\delta_{b-} = \tan^{-1}[-(3\omega_j^2\sigma_j-\sigma_j^3)／(\omega_j^3-3\omega_j\sigma_j^2)] \qquad [4\text{-}27]$$

となる。

上式のベクトル表現は

$$\varepsilon_j = \hbar\,\omega_j\ e^{-\rho_j}\ \cos\delta_j$$

$$\varepsilon^*_j = \hbar\,\omega_j\ e^{-\rho_j}\ \sin\delta_j \qquad [4\text{-}28]$$

$$\hbar_j = \hbar\,\omega_j^2 e^{-\rho_j}\cos\delta_j / (\sigma_j^2+\omega_j^2)$$

$$\hbar^*_j = \hbar\,\omega_j^2 e^{-\rho_j}\sin\delta_j / (\sigma_j^2+\omega_j^2) \qquad [4\text{-}29]$$

$$\phi_j = \hbar\,\omega_j^3 e^{-\rho_j}\cos\delta_j / (\sigma_j^2+\omega_j^2)^2$$

$$\phi^*_j = \hbar\,\omega_j^3 e^{-\rho_j}\sin\delta_j / (\sigma_j^2+\omega_j^2)^2 \qquad [4\text{-}30]$$

$$\chi_j = \hbar\,\omega_j^4 e^{-\rho_j}\cos\delta_j / (\sigma_j^2+\omega_j^2)^3$$

$$\chi^*_j = \hbar\,\omega_j^4 e^{-\rho_j}\sin\delta_j / (\sigma_j^2+\omega_j^2)^3 \qquad [4\text{-}31]$$

である。虚慣性モーメント空間${}_I\Psi^3$の式は、${}_R\Psi^3$の式の頭に虚数iを付けるだけで良いので省略する。これらも非常に多くの内容を含んでいる。

① ε_jをベクトル、或いはその一つの成分として捉えれば「**力のモーメント**」である。ε_jのスカラー量を求めると、これは「**エネルギー**」を表す。

② $\hbar_j$も同様にベクトル量ならば「**角運動量**」であり、そのスカラー量は「**プランク定数**」を表す。

③ ϕ_jはベクトル量としては「**慣性モーメント**」である。スカラー量としては不明。

④ χ_jは残念ながらどちらとも不明。

実は、ギャップ空間G^3中の基素関数とギャップ慣性モーメント空間${}_G\Psi^3$中の基素関数は全く同じものである。この理由は等価回路の説明をどのようにしようが、実際には一つの相転移作用から全てが表現されているのだから当然だ。そこで、式を表現するために

$$R = [\,c_{(+)}, \hbar_{(-)}] \qquad [4\text{-}32]$$

を利用する。

このスカラー表現は以下のようになる。ただし以下の簡略式はe^-側だけのものであることを注意する。

$${}_gM^{\pm}_j = R\omega_j e^{\pm i\sigma_j\tau}\cos\omega_j\tau \qquad [4\text{-}33]$$

$${}_gH^{\pm}_j = R\omega_j e^{\pm i\sigma_j\tau}[\,\omega_j\sin\omega_j\tau \pm i\,\sigma_j\cos\omega_j\tau\,] / (\sigma_j^2 \mp \omega_j^2)$$

$$ {}_gH^-{}_j = R\omega_j e^{-i\sigma_j\tau}\sin(\omega_j\tau + \Delta\delta_{a-}) / (\sigma_j^2 + \omega_j^2)^{1/2} $$

ただし　$\Delta\delta_{a-} = \tan^{-1}(-i\sigma_j / \omega_j)$　　[4 - 34]

$$ {}_gF^\pm{}_j = R\omega_j e^{\pm i\sigma_j\tau}[(\sigma_j^2+\omega_j^2)\cos\omega_j\tau \mp i\,2\omega_j\sigma_j\sin\omega_j\tau] / (\sigma_j^2 \mp \omega_j^2)^2 $$

$$ {}_gF^-{}_j = R\omega_j e^{-i\sigma_j\tau}\cos(\omega_j\tau - \Delta\delta_{r-}) / (\sigma_j^2 + \omega_j^2) $$

ただし　$\Delta\delta_{r-} = \tan^{-1}(i2\omega_j\sigma_j / (\sigma_j^2+\omega_j^2))$　[4 - 35]

$$ {}_gB^\pm{}_j = R\omega_j e^{\pm i\sigma_j\tau}[\omega_j(\omega_j^2 + 3\sigma_j^2)\sin\omega_j\tau \pm i\sigma_j(3\omega_j^2 + \sigma_j^2)\cos\omega_j\tau] / (\sigma_j^2 \mp \omega_j^2)^3 $$

$$ {}_gB^-{}_j = R\omega_j e^{-i\sigma_j\tau}\sin(\omega_j\tau + \Delta\delta_{b-}) / (\sigma_j^2 + \omega_j^2)^{3/2} $$

ただし　$\Delta\delta_{b-} = \tan^{-1}[-i(3\omega_j^2\sigma_j + \sigma_j^3) / (\omega_j^3 + 3\omega_j\sigma_j^2)]$　[4 -36]

ベクトル表現は

$$ {}_gM_j = R\omega_j\, e^{\pm i\rho_j}\cos\delta_j $$

$$ {}_gM^*{}_j = R\omega_j\, e^{\pm i\sigma_j}\sin\delta_j \qquad [4 - 37] $$

$$ {}_gH_j = R\omega_j^2 e^{\pm i\rho_j}\cos\delta_j / (\sigma_j^2 \mp \omega_j^2) $$

$$ {}_gH^*{}_j = R\omega_j^2 e^{\pm i\rho_j}\sin\delta_j / (\sigma_j^2 \mp \omega_j^2) \qquad [4 - 38] $$

$$ {}_gF_j = R\omega_j^3 e^{\pm i\rho_j}\cos\delta_j / (\sigma_j^2 \mp \omega_j^2)^2 $$

$$ {}_gF^*{}_j = R\omega_j^3 e^{\pm i\rho_j}\sin\delta_j / (\sigma_j^2 \mp \omega_j^2)^2 \qquad [4 - 39] $$

$$ {}_gB_j = R\omega_j^4 e^{\pm i\rho_j}\cos\delta_j / (\sigma_j^2 \mp \omega_j^2)^3 $$

$$ {}_gB^*{}_j = R\omega_j^4 e^{\pm i\rho_j}\sin\delta_j / (\sigma_j^2 \mp \omega_j^2)^3 \qquad [4 - 40] $$

と纏められる。虚慣性モーメント空間${}_I\Psi^3$の式は、${}_R\Psi^3$の式の頭に虚数iを付けるだけで良いので省略する。

この章では GAPS 理論に依って **c** と **ħ** の同時対導出が説明された。

5,　空間の曲率と関連

§5－(1)　全空間の曲率Φ

前章で

$$48.87668 \leqq w\tau \leqq 48.901915 \quad [\,\mathrm{rad}^{1}\,] \qquad [5\text{-}1]$$

が得られた。特に$\delta_j = \Theta_e$と言う条件では$w\tau$=48.886015 となっている。さて、τをプランク時間とみなすからB=W円の半径wは

$$w = 9.068822878 \times 10^{+44} \quad [\,\mathrm{rad}^{1}\,\mathrm{s}^{-1}\,] \qquad [5\text{-}2]$$

となる。この値は数学的にも無限大の範疇に入るものとして許容されるならば、B=W 理論の下、ここでのラプラス変換は成り立つ。これより**曲率Φ**は

$$\Phi = 1/w$$

$$= 1.10267894 \times 10^{-45} \quad [\,\mathrm{rad}^{-1}\,\mathrm{s}^{1}\,] \qquad [5\text{-}3]$$

となる。ただし w の単位は角速度である。

当然の事ながら、この半径 w は角度で表現される全空間での擬 B=W 球の半径でもある。よって、この角度空間は曲率Φを持つといえる。この意味に於いて、先に与えたベクトル量の角度成分は曲線座標系に乗っていることになる。なお、表面的な距離空間は直交座標系であるが、角度空間が曲率を持つことによって興味深い現象が起きる。これに就いては後ほど述べる。

§5－(2)　微小変動角$\Delta\delta_j$と歳差運動

半径wの擬B=W円に接する接線x_jを想定する。この円とx_jの接点から伸びる単位ベクトルを **x** とする。そして、この **x** と円との為す角をϕとしよう。今、このϕとはどのようなものか調べる。そこで、[Fig.5]のように記号を与えよう。すると

$$\theta_n = \tan^{-1}(\cot\theta) \qquad [5\text{-}4]$$

$$\phi' = \tan^{-1}[(1-\cos\theta)/\sin\theta] \qquad [5\text{-}5]$$

が得られる。もしθがほぼゼロの場合、これを$\Delta\theta$とすると

$$\phi = \lim_{(\theta\to 0)} \phi'$$

$$= \tan^{-1}[(1-\cos\Delta\theta)/\sin\Delta\theta] \qquad [5\text{-}6]$$

となる。

θ_nはθの余角であるが、上記よりこれは基素関数のスカラー表現 v_jなどの位相成分

$$\Delta\delta_a = \tan^{-1}(\sigma_j/\omega_j)$$

$$= \theta_n \qquad (\theta_n+\theta=\pi/2) \qquad [5\text{-}7]$$

を意味している。

また、ちょっとした演算で

$$\phi' = \theta/2 \qquad [5\text{-}8]$$

が証明される。これにより

$$\phi \fallingdotseq \Delta\theta/2 \qquad [5\text{-}9]$$

という制限が得られる(証明は省略)。ただしこのままでは正当なϕの評価は難しい。

このϕの値を異なる側面から得ることは出来ないだろうか。そもそも擬B=W円が曲率Φを持つのであるから、そこに内在するベクトル$\mathbf{x}$は曲率Φを持った$\boldsymbol{\varkappa}$で置き換えなければならない。この意味に於いてϕはB=W円のみならず、$\boldsymbol{\varkappa}$の真直線からの傾き角でもある。ところで$\boldsymbol{\varkappa}$の大きさが分からない以上、直接ϕを求めることは出来ない。そこで再度θの値からその算出を試みる。実はこれを調べている内にたまたまcの値が目に留まった。この過程の中でθを選択すると「case①」の$\Delta\theta \fallingdotseq 1.77807\times10^{-13}$が目に付いた。これを念頭に置いてもっと厳しい条件「θを動かしても『case②』の$a^{\pm}_j$の値が全く変動しないような最大値」を課すと、

$$\Delta\theta \fallingdotseq 1.95417\times10^{-16} \qquad [5\text{-}10]$$

が得られる。すると式[5‐9]より

$$\phi \fallingdotseq 9.77085\times10^{-17} \qquad [5\text{-}11]$$

という上限値が得られる。

この考え方を全空間に発展させる。当然、全空間も曲率を持つため、そこに

置かれるベクトルも曲率を持つと考えられる。この場合、真直線ベクトルをｒとし、曲率を持ったベクトルをяとする。このяはｒに対し、$\varDelta\theta$やϕに制限された微小な傾き角を持つ。今、ｒの持つ角度は$\delta_j = \Theta_e$であるから、яの持つ角度は

$$\delta_j = \quad \Theta_e + \phi \qquad [5-12]$$

と表される。ただしこの**演算$\Theta_e+\phi$は単純な加法ではないので注意が必要**だ。ここではδ_1、δ_2、δ_3が互いに従属関係にあることだけを述べておく。

$$\cos\delta_j = \sin\delta_n \cos[\sin^{-1}(\cos\delta_k / \sin\delta_n)]$$

(順序の巡回は j→k→n とする)　[5 - 13]

このяがスピンしていると想定しよう。すると、単位ベクトルяはｒの廻りをϕの傾きで歳差運動していることになる。この点については後々詳しく述べるが、[Fig.6;(a)]は巨視的な場合でяとｒは重なって見え、[Fig.6;(b)]は微視的に見た場合で歳差運動を表現する。

§5－(3)　各空間の関連

§4－(１)では全空間$\mathbf{H}^9$の生まれ方に就いて調べた。ここでは$\mathbf{R}^3$、$\mathbf{G}^3$、$\mathbf{I}^3$の繋がり方をもう少し詳しく調べてみよう。

距離空間の等価回路は電子回路における増幅回路に$\mathbf{X}^2$を当てはめ、帰還回路には$(\,\mathrm{i}\mathbf{X}\,)^2 = (\,\mathrm{i}c\mathbf{T}\,)^2$を当てはめた。よって、各空間の関連は基素関数

$$ {}_{\mathrm{r}}M_j = R\omega_j\ e^{\pm\rho_j}\ \cos\delta_j \qquad {}_{\mathrm{g}}M_j = R\omega_j\ e^{\pm i\rho_j}\ \cos\delta_j$$

$$ {}_{\mathrm{i}}M_j = iR\omega_j\ e^{\pm\rho_j}\ \cos\delta_j \qquad [5-14]$$

の自乗を以って調べる。各式の左腰の添字はｒが実、ｇがギャップ、ｉが虚空間を意味する。すると

$$ {}_{\mathrm{r}}M_j^2 = R^2\omega_j^2\ e^{\pm 2\rho_j}\ \cos^2\delta_j \qquad {}_{\mathrm{g}}M_j^2 = R^2\omega_j^2\ e^{\pm i2\rho_j}\ \cos^2\delta_j\,,$$

$$ {}_{\mathrm{i}}M_j^2 = -R^2\omega_j^2\ e^{\pm 2\rho_j}\ \cos^2\delta_j \qquad [5-15]$$

である。θ_jがゼロ以外では${}_{\mathrm{r}}M_j^2$と${}_{\mathrm{i}}M_j^2$の値は正負が反転している。これが**粒子・反粒子数異常**の論理的理由である。つまり反粒子は虚空間内に存在し、実空間内には定常的には存在し得ないということだ。

さて、上式の$e^{\pm 2\rho_j}$ と$e^{\pm i2\rho_j}$ に注目しよう。θ_jが$\pi/2$の場合

$$ {}_{r}e^{\pm 2\rho_j} = 1,\qquad {}_{g}e^{\pm i2\rho_j} = 1,\qquad (\theta_j = \pi/2) \qquad [5\text{-}16] $$

となる。これは**第二相転移点**と言えるもので、[Sheet 1]を見れば分かる通り、θ_jは$\pi/2$ 以上にはならないため、実空間とギャップ空間は実質的に一致してしまうことを意味する。或いは、ギャップ空間は実空間に膜のように張り付いていると言ってもよい。勿論これは実空間側から見た結果であり、虚空間側から見れば${}_{r}M_j^2$と${}_{i}M_j^2$の正負は逆転し虚空間とギャップ空間が一致するとも言える。これ以後、全空間$\mathbf{H}^9$は定在化した。

現在私たちが見ることの出来る空間の相転移は、粒子・反粒子対生成として観測される。ただし、これらにはギャップ空間が存在しないため安定せず、直ぐに対消滅してしまう。つまりほとんど全ての事例として、相転移後の全空間は成長する前になくなってしまう。これは

$$ \mathbf{H} \xrightarrow{\text{相転移}} \mathbf{H}^6 = [\,\mathbf{R}^3 \mid \mathbf{I}^3\,] \xrightarrow{\text{消滅}} \mathbf{H} \qquad [5\text{-}17] $$

と表現できる。

もう一点説明しなければならないことがある。それは、なぜ空間の関連を調べるのにベクトルを使わずにその成分で議論したかだ。これに就いては基素関数の導出され方を振り返れば明白だ。そこでは一対の次元ごとに取り扱われた。だから、あくまでも各成分を取り上げて関連を議論することになる。その後、三つの成分を組み合わせることによって全空間が表現される。こういったプロセスがあるためベクトル表現は少々変わったものになる。この議論は次章で行なう。

以上の理由によって

$$ \mathbf{H} \xrightarrow{\text{相転移}} \mathbf{H}^9 = [\,\mathbf{R}^3 \mid \mathbf{G}^3 \mid \mathbf{I}^3\,] \qquad [5\text{-}18] $$

を確定する。

6,　量子作用素ｃħ

§6−(1)　V とĦの演算

前章までで全空間$\mathbf{H}^9$が確定したため、これから先は実空間内に限定した議論となる。さて、以前設定したベクトル表示の一部を

$$ \mathbf{V} = (\mathbf{v}, \mathbf{v}^*) \qquad \mathrm{V}_j = (\mathrm{v}_j, \mathrm{v}^*_j) $$

$$\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3) \qquad v_j = c \sin^2\theta_j \ e^{+\rho_j} \cos\delta_j$$

$$\mathbf{v}^* = (v^*_1, v^*_2, v^*_3) \qquad v^*_j = c \sin^2\theta_j \ e^{+\rho_j} \cos\delta_j \qquad [6-1]$$

そしてまた

$$\text{Ӊ} = (\hbar, \hbar^*) \qquad \text{Ӊ}_j = (\hbar_j, \hbar^*_j)$$

$$\hbar = (\hbar_1, \hbar_2, \hbar_3) \qquad \hbar_j = \hbar \sin^2\theta_j e^{-\rho_j} \cos\delta_j$$

$$\hbar^* = (\hbar^*_1, \hbar^*_2, \hbar^*_3) \qquad \hbar^*_j = \hbar \sin^2\theta_j \ e^{-\rho_j} \sin\delta_j \qquad [6-2]$$

と纏めておく。その他も同様に表現される。

これらの式が持っている内容を具体的に追求しよう。例えば成分a_jとは、j番目のB=W円から得られた解であり、そこでは$\cos\delta_j$が或る次元上の成分を表しているが、a_jを実空間$\mathbf{R}^3$に持ち込んだ場合にはa_jそのものが大きさを表していると考えられる。つまりそれらは、構成上はベクトル**a**の成分ではあるが、根元的には独立した大きさを持つものである。だから$\cos\delta_j$のみを以って**a**のj成分とするのではなく、

$$e^{\pm\rho_j} л_j = \sin^2\theta_j \ e^{\pm\rho_j} \cos\delta_j \qquad [6-3]$$

が **a** の j 成分となるのである。この理由に依って

$$e^{\pm\rho_j} л^*_j = \sin^2\theta_j \ e^{\pm\rho_j} \sin\delta_j \qquad [6-4]$$

をゴーストと呼んだ。

上記を理解した上で、**V** とӉのスカラー積をしよう。

$$\mathbf{V} \cdot \text{Ӊ} = (\mathbf{v}, \mathbf{v}^*)(\hbar, \hbar^*)$$

$$= \mathbf{v}\hbar + \mathbf{v}\hbar^* + \mathbf{v}^*\hbar + \mathbf{v}^*\hbar^* \qquad [6-5]$$

である。そこでこれを各部分ごとに演算する。

$$\mathbf{v}\hbar = c\hbar(\sin^2\theta \, e^{+\rho}\cos\delta)(\sin^2\theta \, e^{-\rho}\cos\delta)$$

$\downarrow \leftarrow$ ① $j \perp k \perp n$

$\downarrow \leftarrow$ ② $(\sin^2\theta_j \, e^{+\rho_j} \cos\delta_j)(\sin^2\theta_k \, e^{-\rho_k} \cos\delta_k) = 0$

$$= c\hbar\left[\ \Sigma_{(j=1,2,3)} \sin^4\theta_j \cos^2\delta_j\right] \qquad [6-6]$$

$$\mathbf{v}\hbar^{*}= c\hbar\,(\sin^2\theta\, e^{+\rho}\cos\delta)\,(\sin^2\theta\, e^{-\rho}\sin\delta)$$

$$\downarrow\leftarrow ③\quad (\sin^2\theta_j\, e^{\pm\rho_j}\ \sin\delta_j) = -[(\sin^2\theta_k\, e^{\pm\rho_k}\ \cos\delta_k),$$
$$\downarrow \qquad\qquad (\sin^2\theta_n\, e^{\pm\rho_n}\cos\delta_k)]$$

$$= -2c\hbar\,[\ \Sigma_{(j=1,2,3)}\sin^4\theta_j\ \cos^2\delta_j\,] \qquad [6\text{-}7]$$

$$\mathbf{v}^{*}\hbar = c\hbar\,(\sin^2\theta\, e^{+\rho}\sin\delta)\,(\sin^2\theta\, e^{-\rho}\cos\delta)$$

$$= -2c\hbar\,[\ \Sigma_{(j=1,2,3)}\sin^4\theta_j\cos^2\delta_j\,] \qquad [6\text{-}8]$$

$$\mathbf{v}^{*}\hbar^{*}= c\hbar\,(\sin^2\theta\, e^{+\rho}\sin\delta)\,(\sin^2\theta\, e^{-\rho}\sin\delta)$$

$$= 4c\hbar\,[\ \Sigma_{(j=1,2,3)}\sin^4\theta_j\cos^2\delta_j\,] \qquad [6\text{-}9]$$

式[6 - 4]から[6 - 7]までの和を摂ると

$$\mathbf{V}\cdot Ħ = c\hbar\,[\ \Sigma_{(j=1,2,3)}\sin^4\theta_j\cos^2\delta_j\,] \qquad [6\text{-}10]$$

が得られる。

次にVとĦのベクトル積を行なう。一般的には

$$\mathbf{V}\times Ħ = (\mathbf{v}, \mathbf{v}^{*})\times(\hbar, \hbar^{*})$$

$$\downarrow\leftarrow ④\quad \mathbf{V} /\!/ Ħ$$

$$= 0 \qquad [6\text{-}11]$$

である。そして勿論

$$\mathbf{v}\times\hbar = 0 \qquad [6\text{-}12]$$

$$\mathbf{v}^{*}\times\hbar^{*} = 0 \qquad [6\text{-}13]$$

となる。ところが$\mathbf{v}$と$\hbar^{*}$、$\mathbf{v}^{*}$と$\hbar$のベクトル積には解が存在する。ただし

$$\mathbf{v}\times\hbar^{*}=-\mathbf{v}^{*}\times\hbar \qquad [6\text{-}14]$$

である。

さて

$$\mathbf{v}\times\hbar^{*}=(v_1, v_2, v_3)\times(\hbar^{*}_1, \hbar^{*}_2, \hbar^{*}_3)$$

$$= [^{ⓐ}(v_2\hbar^*_3 - v_3\hbar^*_2,\ v_3\hbar^*_1 - v_1\hbar^*_3,\ v_1\hbar^*_2 - v_2\hbar^*_1),$$

$$^{ⓑ}(v_1 \times \hbar^*_1,\ v_2 \times \hbar^*_2,\ v_3 \times \hbar^*_3)]$$

となる。部分ⓐは一般的な解であるが、部分ⓑはそうではない。何故ⓑなどが得られるかというと、v_jと$\hbar^*_j$は直に同じ次元上に乗っていないからだ。つまりv_jと$\hbar^*_j$は平行ではないということである。もちろんv_jと$\hbar^*_k$は直交ではない。この関係は条件③より

$$\text{л}^*_j = -[(\text{л}_k,\ \text{л}_n)] \qquad [6 - 15]$$

となっている。また、

$$v_j \times \hbar^*_j = e^{+\rho}{}_j e^{-\rho}{}_j(\text{л}_k - \text{л}_n)$$

$$= (\text{л}_k - \text{л}_n) \qquad [6 - 16]$$

となる。これに基づいてⓑを書き直すと

$$^{ⓑ}(v_1 \times \hbar^*_1,\ v_2 \times \hbar^*_2,\ v_3 \times \hbar^*_3) = c\hbar(\text{л}_2 - \text{л}_3,\ \text{л}_3 - \text{л}_1,\ \text{л}_1 - \text{л}_2) \qquad [6 - 17]$$

である。これは明らかにベクトルの**スピン**を表す[Fig.7]。以上を纏めると

$$\mathbf{v} \times \hbar^* = c\hbar[^{ⓐ}(\text{л}_2{}^2 - \text{л}_3{}^2,\ \text{л}_3{}^2 - \text{л}_1{}^2,\ \text{л}_1{}^2 - \text{л}_2{}^2),$$

$$^{ⓑ}(\text{л}_2 - \text{л}_3,\ \text{л}_3 - \text{л}_1,\ \text{л}_1 - \text{л}_2)] \qquad [6 - 18]$$

と表される。

ただしこの解も単純に数値を当てはめればゼロになる。ゼロにならないのは前章で述べたように角度空間に曲率がありδ_jに微小変動角$\varDelta\delta_j$が備わっている場合だけである。

部分ⓐは式[3 - 2]で見た通り

$$\text{л}_j{}^2 - \text{л}_k{}^2 = (\text{л}_j + i\,\text{л}_k)^2 \qquad \because \text{л}_j \perp \text{л}_k \qquad [6 - 19]$$

と書き直される。これは明らかにギャップ空間に存在するベクトルの大きさで、それが実空間側に顔を覗かせているものだ。つまり、$\mathbf{v} \times \hbar^*$は全空間が曲率を持っている場合、ギャップ空間を芯(コア)に持つ実空間上のベクトルだといえる。

$(\text{л}_j + i\,\text{л}_k)$を評価しやすいように$(\text{л}_j\ ,\ i\,\text{л}_k)$と置き直す。$\text{л}_j$と$i\,\text{л}_k$の従属関係は[Fig.6]で表された、ベクトルが歳差運動する場合に描く円Oである。よって、$(\text{л}_j\ ,\ i\,\text{л}_k)$は$\delta_j$の微小変化に伴う歳差運動をしているといえる。ただし、これはあくまでもギャップ空間内に存在する現象だ。

これまでの考察からも察しが付くように、これは「力」や「荷」の元になる性質(モーメント)だと思われる。つまり実空間上に見えるものは「力のモーメント」の元になり、ギャップ空間中に見えるものは「荷のモーメント(磁気モーメント)」の元になっていると思われる。

つぎに、式[6 - 14]より

$$\mathbf{v}^{*}\times\hbar=(v^{*}_{1},v^{*}_{2},v^{*}_{3})\times(\hbar_{1},\hbar_{2},\hbar_{3})$$

$$=c\hbar\,[\,^{\text{©}}(\text{л}_{3}^{2}-\text{л}_{2}^{2},\ \text{л}_{1}^{2}-\text{л}_{3}^{2},\ \text{л}_{2}^{2}-\text{л}_{1}^{2}),\ ^{\text{ⓓ}}(\text{л}_{3}-\text{л}_{2},\ \text{л}_{1}-\text{л}_{3},\ \text{л}_{2}-\text{л}_{1})] \qquad [6\text{ - }20]$$

が得られる。部分©は部分ⓐに対してｃħの実空間での領域が逆転しており、部分ⓓは部分ⓑに対してベクトルのスピン方向が逆転している。

なお、cħの単位はVAMS単位系(「科学」2002,1;電磁気の単位はむずかしくない・今井 功)に於いては[$V^{1}A^{1}m^{1}s^{1}$]となることを記しておく。

ここでの議論はギャップ空間に拡張でき、Vのギャップ空間中での量を${}_{g}\mathbf{V}$、Ħのそれを${}_{g}$Ħとすると

$${}_{g}\mathbf{v}\cdot{}_{g}\hbar=c\hbar\,[\,\Sigma_{(j=1,2,3)}\sin^{4}\theta_{j}\,e^{+i\rho_{j}}e^{-i\rho_{j}}\cos^{2}\delta_{j}]$$

$$\downarrow\ \leftarrow\qquad e^{+i\rho_{j}}e^{-i\rho_{j}}=1$$

$$\downarrow$$

$$=c\hbar\,[\,\Sigma_{(j=1,2,3)}\sin^{4}\theta_{j}\cos^{2}\delta_{j}] \qquad [6\text{ - }21]$$

$${}_{g}\mathbf{v}\times{}_{g}\hbar^{*}=c\hbar\,[\,^{\text{ⓐ}}(\text{ж}_{j}^{2}-\text{ж}_{k}^{2}),\ ^{\text{ⓑ}}(\text{ж}_{j}-\text{ж}_{k})]_{[j=1,2,3\quad k=1,2,3]}$$

$$\downarrow\ \leftarrow\qquad \text{ж}_{j}=\text{л}_{j}$$

$$\downarrow\qquad\qquad \text{ж}_{j}^{2}=\text{л}_{j}^{2}$$

$$=c\hbar\,[\,^{\text{ⓐ}}(\text{л}_{j}^{2}-\text{л}_{k}^{2}),\ ^{\text{ⓑ}}(\text{л}_{j}-\text{л}_{k})]_{[j=1,2,3\quad k=1,2,3]} \qquad [6\text{ - }22]$$

などとなる。スカラー演算${}_{g}\mathbf{V}\cdot{}_{g}$ĦはV・Ħと同じものになっている。

$${}_{g}\mathbf{V}\cdot{}_{g}\text{Ħ}=\mathbf{V}\cdot\text{Ħ} \qquad [6\text{ - }23]$$

またベクトル積も、その性質の一部が実空間内に漏れ出していることが見て取れる。

このセクションでは **「ｃħという量子作用素は曲率空間に於いて、傾き角⊿δ_{j}の歳差運動が伴うスピンを持っている」** ことが分かった。

また、**電子の異常磁気モーメント**の原因が、この歳差運動にあることは明らかだ。そして、**ゆらぎ**もこの歳差運動に起因されていると思われる。

§6－(2)　ベクトル解析 (補)

ここでは、この後出て来るベクトル演算方法を述べておきたい。

まず、前章で行なったスカラー積の見直しを行ないたい。そこでは、条件③として

$$(\sin^2\theta_j e^{\pm\rho_j} \sin\delta_j) = -[(\sin^2\theta_k e^{\pm\rho_k} \cos\delta_k), (\sin^2\theta_n e^{\pm\rho_n}\cos\delta_k)]$$

とした。ところが、ベクトルの向きの取り方や順序の取り方によっては

$$(\sin^2\theta_j e^{\pm\rho_j} \sin\delta_j) = [(\sin^2\theta_k e^{\pm\rho_k} \cos\delta_k), (\sin^2\theta_n e^{\pm\rho_n}\cos\delta_k)] \qquad [6-24]$$

となることはすぐに示される。

では後々のために以下のように置く。

$$\mathbf{R} = (\mathbf{r}, \mathbf{r}^*)$$

$$r_j = c\,\omega_j^3 e^{+\rho_j} \cos\delta_j／(\sigma_j^2+\omega_j^2)^2$$

$$r^*_j = c\,\omega_j^3 e^{+\rho_j} \sin\delta_j／(\sigma_j^2+\omega_j^2)^2$$

$$r_j = c\ \text{я}_j$$

$$r^*_j = c\ \text{я}^*_j \qquad [6-25]$$

$$\text{я}_j = \sin^3\theta_j e^{+\rho_j} \cos\delta_j$$

$$\text{я}^*_j = \sin^3\theta_j e^{+\rho_j} \sin\delta_j \qquad [6-26]$$

すると、式[6 - 20]より

$$\text{я}^*_j = (\text{я}_k, \text{я}_n) \qquad [6-27]$$

とできる。そして、

$$\mathbf{R}\cdot\mathbf{R} = \mathbf{rr} + \mathbf{rr}^* + \mathbf{r}^*\mathbf{r} + \mathbf{r}^*\mathbf{r}^*$$

$$\mathbf{rr} = 1\,\Sigma_{(j=1,2,3)}\,[\,r_j^2\,] \qquad [6-28]$$

$$\mathbf{rr}^* = \ 2\Sigma_{(j=1,2,3)}\,[\,r_j^2\,] \qquad [6-29]$$

$$\mathbf{r}^*\mathbf{r} = \ 2\Sigma_{(j=1,2,3)}\,[\,r_j^2\,] \qquad [6-30]$$

$$\mathbf{r}^*\mathbf{r}^* = \ 4\Sigma_{(j=1,2,3)}\,[\,r_j^2\,] \qquad [6-31]$$

が得られる。

次にベクトルと分数ベクトルのスカラー積 $\mathbf{a}\cdot(\mathbf{1}/\mathbf{b})$ について考える。これは

$$\mathbf{a}\cdot(\mathbf{1}/\mathbf{b}) = \mathbf{a}\cdot[\mathbf{b}/(\mathbf{b}\cdot\mathbf{b})]$$

$$= \mathbf{a}\cdot\mathbf{b}/b_j^2$$

$$= a_jb_j/b_j^2 \quad (\text{特別な場合には} \quad = a_j/b_j\,) \qquad [6-32]$$

となる。なお、$(\mathbf{1}/\mathbf{b})$は$\mathbf{b}$の逆ベクトル $\mathbf{b}^{-1}$ではない。これを「スカラー分数積演算」とよぼう。

ベクトルと分数ベクトルのベクトル積 $\mathbf{a}\times(\mathbf{1}/\mathbf{b})$ は

$$\mathbf{a}\times(\mathbf{1}/\mathbf{b}) = \mathbf{a}\times[\mathbf{b}/(\mathbf{b}\cdot\mathbf{b})]$$

$$= \mathbf{a}\times(\mathbf{b}/b_j^2) \qquad [6-33]$$

となる。これが「ベクトル分数積演算」である。

7,　質量の閉じ込めと混合

§7－(1)　質量式の導出

光の速さが c という限定されたものである以上、全空間$\mathbf{H}^9$には粘性があると考えられる。一般的には、この粘性の大きさを測る術語を動粘度という。宇宙はエーテルで満たされていると信じていた人たちはこの動粘度こそが質量の生まれる主因であると考えていた(質量の概念「マックス・ヤンマー著」、講談社)。今この考え方を、動き難さを表す「動難度」という尺度に変えてみよう。

動難度とは、基素関数a_jを積分することによって

$$B = (b, b^*)$$

と表されている。　　これを使って質量を表すには「角運動量」ℍを利用する｜ℍ｜はℍの絶対値表現

$$|ℍ| = ℍ_j$$

$$= \hbar\,[\Sigma_{(j=1,2,3)} \sin^4\theta_j e^{-2\rho_j} \cos^2\delta_j]^{1/2} \qquad [7\text{-}1]$$

とすると、質量を表す式は

$${}_1M_j = ℍ_j / (A \cdot B) \qquad [7\text{-}2]$$

$$= [ℍ_j / (c^2 \Sigma_{(j=1,2,3)} \sin^5\theta_j e^{+2\rho_j} \cos^2\delta_j)]$$

$$= (\hbar w / c^2)[(\Sigma_{(j=1,2,3)} \sin^4\theta_j e^{-2\rho_j} \cos^2\delta_j)^{1/2} / (\Sigma_{(j=1,2,3)} \sin^5\theta_j e^{+2\rho_j} \cos^2\delta_j)]$$

となる。ところが質量表現は一種類だけではなく、この絶対値ℍを使うことによって少なくとも七種類は存在する。例えば

$${}_2M_j = ℍ_j / (V \cdot R) \qquad [7\text{-}3]$$

$$= [ℍ_j / (c^2 \Sigma_{(j=1,2,3)} \sin^5\theta_j e^{+2\rho_j} \cos^2\delta_j)]$$

$${}_3M_j = ℍ_j V / (A \cdot R \cdot R) \qquad [7\text{-}4]$$

$$= (ℍ_j / c^2)[(\Sigma_{(j=1,2,3)} \sin^5\theta_j e^{+2\rho_j} \cos^2\delta_j) / (\Sigma_j A_j R_j)(\Sigma_j R_j R_j)]$$

$${}_4M_j = ℍ_j R / (V \cdot V \cdot B) \qquad {}_5M_j = ℍ_j B / (R \cdot R \cdot R)$$

$${}_6M_j = ℍ_j A / (V \cdot V \cdot V) \qquad {}_7M_j = ℍ_j (A \cdot A \cdot R) / (V \cdot V \cdot V \cdot V \cdot V)$$

など(長くなるから一部簡略化した)。これらによって動難度云々という理由付けなど無意味になる。

　そしてこればかりでなく、§4－(2)で述べた通り「力のモーメント」

$$E = (\varepsilon, \varepsilon^*) \qquad [7\text{-}5]$$

を使っても質量表現はできる。これの絶対値である「エネルギー・E_j」を使って

$$ {}_0M_j = E_j／(V・V) \qquad [7 - 6] $$

$$ = (E_j／[c^2 (\Sigma_{(j=1,2,3)} \sin^4\theta_j e^{+2\rho_j} \cos^2\delta_j)] $$

と表される。いったいどれを選択すればよいのかと思い悩むほどだ。

しかし実のところ、これらは一つの次元だけに注目(単次元解析)すれば全て同一の質量式 m_j で表される。それは

$$ m_j = \hbar w／(c^2 \sin^3\theta_j e^{+3\rho_j} \cos\delta_j) \qquad [7 - 7] $$

である。これこそ**根源的な質量式**である。

根源的な質量 m_j がある以上、${}_0M_j$から${}_7M_j$は複合粒子を表しているとみられる。現時点ではそれぞれ特定することはしないが、例として${}_2M_j$を調べよう。これは

$$ {}_2M_j = (\hbar w／c^2)[(\Sigma_{(j=1,2,3)} \sin^4\theta_j e^{-2\rho_j} \cos^2\delta_j)^{1/2}／(\Sigma_j V_j R_j)] \qquad [7 - 8] $$

と書き直しておく。この式中の$Q_j = (\Sigma_{(j=1,2,3)} \sin^4\theta_j e^{-2\rho_j} \cos^2\delta_j)^{1/2}$に注目する。詳しく書くと

$$ Q_j = (\sin^4\theta_j e^{-2\rho_j} \cos^2\delta_j + \sin^4\theta_k e^{-2\rho_k} \cos^2\delta_k + \sin^4\theta_n e^{-2\rho_n} \cos^2\delta_n)^{1/2} \qquad [7 - 9] $$

となっている。この式は分解することの出来ない三つの成分により構成されている。このような素粒子は確かに存在している。例えば、単独で取り出すことのできない三つのクォークから構成されている「陽子」などがある。

また式[7 - 5]に手を加えれば

$$ Q_j = (\sin^4\theta_j e^{-2\rho_j} \cos^2\delta_j + \sin^4\theta_j e^{-2\rho_j} \sin^2\delta_j)^{1/2} \qquad [7 - 10] $$

と表すことも出来る。これは二つのクォークによって構成された「中間子」と見ることが出来る。

このように、「**三つの世代**」とは三つの次元、または三つの B=W 円のことだと考えられる。

結果として式[7 - 9]、[7 - 10]より「**質量の混合とクォークの閉じ込め**」が証明される。そしてm_jが一つの世代を表すため、それの複合した質量式は「**世代の混合**」が成されているといえる。

ここで見られる「世代の混合」に依って「**ニュートリノ振動**」の根本原因が説明される。

§7－(2)　角運動量とスピン

ひとたび質量表現が出来てしまえば、古典論的にはその他の物理量を導出することは簡単だ。ただし、ここではそれに主眼を置かずスピンについて再考したい。先程のように${}_2M_j$から始める。すると運動量${}_2\mathbf{P}$は

$$ {}_2\mathbf{P} = {}_2M_j\mathbf{V} \qquad \{=\hbar_j\mathbf{V}/(\mathbf{V}\cdot\mathbf{R})\} $$

$$ = \hbar_j/\mathbf{R} \qquad [7\text{ - }11] $$

で、角運動量${}_2\mathbf{L}$は

$$ {}_2\mathbf{L} = {}_2\mathbf{P}\times\mathbf{R} \qquad \{=(\hbar_j/\mathbf{R})\times\mathbf{R}\} $$

$$ = (\hbar_j/R_j{}^2)\mathbf{R}\times\mathbf{R} $$

$$ = 0 \qquad \because \quad \mathbf{R}/\!/\mathbf{R} \qquad [7\text{ - }12] $$

となってしまう。そこで$\mathbf{R}$に替わって$\mathbf{r}$や$\mathbf{r}^*$を使う。式[6 - 24]から[6 - 27]を参照して

$$ {}_2\mathbf{l}_a = (\hbar_j/r^2)\mathbf{r}\times\mathbf{r} \qquad {}_2\mathbf{l}_b = (\hbar_j/r_j{}^{*2})\mathbf{r}^*\times\mathbf{r}^* \qquad [7\text{ - }13] $$

$$ = 0 \qquad\qquad = 0 $$

$$ {}_2\mathbf{l}_c = (\hbar_j/r_jr_j)\mathbf{r}\times\mathbf{r}^* \qquad {}_2\mathbf{l}_d = (\hbar_j/r_jr_j{}^*)\mathbf{r}^*\times\mathbf{r} $$

$$ = [1](\hbar_j/\Sigma_{(j=1,2,3)}[\,r_j{}^2\,])\,\mathbf{r}\times\mathbf{r}^* \qquad = [1/2](\hbar_j/\Sigma_{(j=1,2,3)}[\,r_j{}^2\,])\,\mathbf{r}^*\times\mathbf{r} $$

$$ {}_2\mathbf{l}_e = (\hbar_j/r_j{}^*r_j)\mathbf{r}\times\mathbf{r}^* \qquad {}_2\mathbf{l}_f = (\hbar_j/r_j{}^*r_j{}^*)\mathbf{r}^*\times\mathbf{r} $$

$$ = [1/2](\hbar_j/\Sigma_{(j=1,2,3)}[\,r_j{}^2\,])\,\mathbf{r}\times\mathbf{r}^* \qquad = [1/4](\hbar_j/\Sigma_{(j=1,2,3)}[\,r_j{}^2\,])\,\mathbf{r}^*\times\mathbf{r} $$

となる。ここに**スピン量子数${}_2\mathbf{s}$**が出現した。

$$ {}_2\mathbf{s} = 0,\ 1/4,\ 1/2,\ 1 \qquad [7\text{ - }14] $$

スピン量子数[1／4]は興味深い値だ。

量子化された単位空間中に存在するベクトル量子は、各々の空間軸に対して固定された仰角Θ_eを持っている。また、この仰角Θ_eは電子の傾き角度でもあることは以前述べた。そこで

$$\Sigma_{(j=1,2,3)}\,[\,r_j^2\,] = (c^2／w^2)\,\Sigma_{(j=1,2,3)} \sin^6\theta_j e^{-2\rho_j}\ \cos^2\delta_j \qquad [7\text{ - }15]$$

の$\cos^2\delta_j$は微小変動角を考慮しても

$$\cos^2\delta_j = 1／3 \qquad [7\text{ - }16]$$

は成り立っているといえる。この$\cos^2\delta$を取り出して

$$\Sigma_{(j=1,2,3)}\,[\,r_j^2\,] = (c^2／w^2)\cos^2\delta\ \Sigma_{(j=1,2,3)}[\,p_j^2\,] \qquad [7\text{ - }17]$$

が成り立つと考えられる。Ħ_jからは

$$\text{Ħ}_j = \hbar\cos\delta\,[\,\Sigma_{(j=1,2,3)} \sin^4\theta_j e^{-2\rho_j}\,]^{1／2}$$

$$= \hbar\cos\delta\,[\,\Sigma_{(j=1,2,3)}\, h_j^2\,]^{1／2} \qquad [7\text{ - }18]$$

というように$\cos\delta$を外に出すことが出来る。つまり式[7 - 13]にある角運動量${}_2\mathbf{l}$の一連の式中には

$$\cos\delta／\cos^2\delta = \sqrt{3} \qquad [7\text{ -}19]$$

が全て含まれていて、これを考慮すると以下のように書き換えられる。

$${}_2\mathbf{l}_a = (\text{Ħ}_j／r_j^2)\mathbf{r}\times\mathbf{r} \qquad {}_2\mathbf{l}_b = (\text{Ħ}_j／r_j^{*2})\mathbf{r}^*\times\mathbf{r}^* \qquad [7\text{ - }20]$$

$$= 0 \qquad\qquad = 0$$

$${}_2\mathbf{l}_c = (\text{Ħ}_j／r_jr_j)\mathbf{r}\times\mathbf{r}^*$$

$$= [\sqrt{3}]\,\hbar\,[(\Sigma_{(j=1,2,3)}\, h_j^2)^{1／2}／\Sigma_{(j=1,2,3)}\, p_j^2]\ \mathbf{я}\times\mathbf{я}^*$$

$${}_2\mathbf{l}_d = (\text{Ħ}_j／r_jr_j^*)\mathbf{r}^*\times\mathbf{r}$$

$$= [\sqrt{3}／2]\ \hbar\,[(\Sigma_{(j=1,2,3)}\, h_j^2)^{1／2}／\Sigma_{(j=1,2,3)}\, p_j^2]\ \mathbf{я}^*\times\mathbf{я}$$

$${}_2\mathbf{l}_e = (\text{Ħ}_j／r_j^*r_j)\mathbf{r}\times\mathbf{r}^*$$

$$= [\sqrt{3}／2]\ \hbar\,[(\Sigma_{(j=1,2,3)}\, h_j^2)^{1／2}／\Sigma_{(j=1,2,3)}\, p_j^2]\ \mathbf{я}\times\mathbf{я}^*$$

$${}_2\mathbf{l}_f = (\text{Ħ}_j／r_j^*r_j^*)\mathbf{r}^*\times\mathbf{r}$$

$= [\sqrt{}3/4]\ \hbar[(\Sigma_{(j=1,2,3)} h_j^2)^{1/2} / \Sigma_{(j=1,2,3)} p_j^2]$ я *× я

ここではスピン角運動量$_2$**S**が出現した。これを纏めておく。

$$ {}_2\mathbf{S} = 0,\ \sqrt{}3\ \hbar,\ \sqrt{}3/2\ \hbar,\ \sqrt{}3/4\ \hbar \qquad [7-21] $$

上記考察は三次元空間を取り扱ったため少々回りくどかった。そこで単次元空間として考察する。例えば、ここにあるベクトル**P**を置く。この**P**がz軸に対し角Θ_eの傾きを持つとすると、この**P**のz軸上への射影は$p_j = P_j \cos\Theta_e$で表される。これは$P_j = p_j / \cos\Theta_e$と置き換えられる。つまり、$P_j = \sqrt{}3\ p_j$となる。さて、今の場合$p_j =$ ћ$/[r_j^2]$であるから

$$ P_j = \sqrt{}3\ ћ_j / [r_j^2] $$

とすることができる。このベクトル**P**はx、y、z軸全てに対して傾きΘ_eを持っているため

$$ P_j = \sqrt{}3\ ћ_j / \Sigma_{(j=1,2,3)} [r_j^2] $$

となる。これは電子のスピン量子数 **s** とスピン角運動量 **S** をベクトルの傾きで説明するよく使われる手法を拡張したものである。

質量$_3$M$_j$から追求すると、スピン量子数$_3$**s**とスピン角運動量$_3$**S**は

$$ {}_3\mathbf{s} = 0,\ 1/4,\ 1/2,\ 1,\ 2,\ 4 \qquad [7-22] $$

$$ {}_3\mathbf{S} = 0,\ \sqrt{}3/4\ \hbar,\ \sqrt{}3/2\ \hbar,\ \sqrt{}3\ \hbar,\ 2\sqrt{}3\ \hbar,\ 4\sqrt{}3\ \hbar \qquad [7-23] $$

と求まる。

§7－(3)　量子作用素 G と質量の関係

§6－(1)で量子作用素 c ℏ が得られた。それに

$$ G_j = \mathbf{V} \cdot ћ \qquad \{= c\hbar[\ \Sigma_{(j=1,2,3)} \sin^4\theta_j \cos^2\delta_j\ ]\ \} \qquad [7-24] $$

$$ \mathbf{G} = \mathbf{V} \times ћ \qquad \{\ = \text{式}[6-18]\ ,\ [6-20]\ \text{参照}\ \} \qquad [7-25] $$

という記号を与える。

これらを基に質量式を出す。先程と同様に質量はスカラーだという立場から

$${}_{G}M_j = G_j / [\,\mathbf{V}\cdot(\mathbf{V}\times\mathbf{R})] \qquad [7\text{-}26]$$

$$= \text{Ħ} / (\mathbf{V}\times\mathbf{R}) \qquad \{\ = \text{Ħ}\cdot(\mathbf{V}\times\mathbf{R}) / (V_j\times R_j)^2\ \} \qquad [7\text{-}27]$$

$$= \text{Ħ}\cdot(\mathbf{V}\times\mathbf{R}) / [2\,g(\,v_j\times r_j)]$$

とG_jを使って表される。上下の式は先行される演算によって解が変わるという意味だが

$$G_j / [\,\mathbf{V}\cdot(\mathbf{V}\times\mathbf{R})] \neq \text{Ħ} / (\mathbf{V}\times\mathbf{R}) \qquad [7\text{-}28]$$

である。両者はスピンの現れ方も異なっている。上側の式[7 - 26]はスピンを表現してはいない。

次に、**G** を使うと

$${}_{G}M_j = \mathbf{G} / [\,\mathbf{V}\cdot\mathbf{V}\cdot\mathbf{R}\,]$$

$$= \mathbf{G}\cdot\mathbf{R} / [\,V_j^2 R_j^2\,] \qquad [7\text{-}29]$$

が得られる。このように量子作用素ｃ$\hbar$を使うとスピンを内在した形で質量式が作り出される。

量子作用素**G**は性質を表し、G_jは大きさを表しているが、このように質量式が複雑になればなるほど現実世界では膨大なエネルギーが必要になると思われる。以下に量子作用素の状態事例を上げる。

① 孤立した量子作用素が何らかの原因で動き回ることが出来ない場合には、そのエネルギーのほとんど全てが質量に変換される。

② 孤立していない量子作用素が動き回らない場合には、そのエネルギーは素粒子間の比較的小さな結合エネルギーと大きな質量とに分配される。

③ 孤立していない量子作用素が動くことが出来る場合、そのエネルギーは素粒子間の大きな結合エネルギーと運動エネルギー、そして比較的小さな質量とに分配される。

④ 孤立した量子作用素が動き回れる場合、そのエネルギーのほとんど全てが運動エネルギーとなり、質量はゼロか、あっても極微小となる。

全ての事例において整数、反整数の全てのスピンを当てはめることが出来る。すると④は光子やニュートリノを表現しているといえる。この意味において、光子が極微小の質量を持っている可能性を排除することはできない。もし光子が質量を持っていれば、光速度は全空間の最大速度を表さず、光子とニュートリノの速度差がほとんど見られないという観測結果の正当性を裏打ちするもの

になる。
　このように考えれば光速度 c はプランク定数 $\hbar$ の置かれた立場との整合性が取れる。

　ところで、スピンが内在された質量式と言えばフェルミ粒子に相当する。これを表現する式も、実はたくさん作り出すことが出来る。例えば「力のモーメント」**E** をもう一度使うと

$$
\begin{aligned}
{}_0M_j &= \mathbf{E}／(\mathrm{V}\times\mathrm{V}) \\
&= \mathbf{E}\cdot(\mathrm{V}\times\mathrm{V})／(V_j\times V_j)^2 \qquad [7\text{-}30] \\
&= \mathbf{E}\cdot(\mathrm{V}\times\mathrm{V})／[2\,f\,(v_j\times v_j)]
\end{aligned}
$$

などと表現される。式[7 - 23]とここでの式に「2」という値が演算により自然に導き出される。これはスピン量子数 **s** = 1/2 を表している。
　なお、${}_1M_j$から${}_7M_j$にも全て上のように表現される式${}_1\mathbf{M}_j$から${}_7\mathbf{M}_j$が対応する。これを**双対関係**(デュアリティー)と言う。

　プランク質量M_pと重力定数G_Nの関係は

$$M_p = (c\hbar／G_N)^{1/2}$$

である。これを「GAPS 理論」に合わせると

$$\mathbf{G} = G_N\,M_p^2, \qquad G_j = G_N\,M_p^2 \qquad [7\text{-}31]$$

と表される。これはギャップ空間に拡張でき

$${}_g\mathbf{G} = {}_g\mathbf{V}\times{}_g\mathbf{Ħ}, \qquad {}_gG_j = {}_g\mathbf{V}\cdot{}_g\mathbf{Ħ} \qquad [7\text{-}32]$$

とすると

$${}_g\mathbf{G} = G_N\,M_p^2, \qquad {}_gG_j = G_N\,M_p^2 \qquad [7\text{-}33]$$

となる。
　式[6 - 21]、[6 - 23]で見たとおり、${}_g\mathbf{G}$ の性質は実空間内に漏れ出し、大きさG_jと${}_gG_j$は合致する。ここに全空間$\mathbf{H}^9$の本質を語る事象が含まれている。

8,　力の統一

§8－(1)　分数電荷と素電荷

クーロンの法則は

$$\mathbf{F} = Q_j \cdot \mathbf{E}$$

である。これは

$$\mathbf{F}_q = Nq_j^2 / r_j^2 \qquad (N = n / 4\pi\varepsilon_0 \quad ,\ n\text{は次元のない定数})$$

と書き直される。ここで、r_jはGAPS理論の**R**を意味するとし

$$\mathbf{F}_q = Nq_j^2 / (\mathbf{R} \cdot \mathbf{R}) \qquad [8 - 1]$$

と置く。いまここに、nが微細構造定数αの逆数ならば

$$Nq_j^2 = c\hbar \qquad (\alpha = e^2 / 4\pi\varepsilon_0 c\hbar)$$

である。ところで式[8 - 1]からNq_j^2をベクトルとみなす必要もあるから、**G**とG_jを使って

$$q_j^2 = \mathrm{G}_j / N \qquad [8 - 2]$$

$$q_j^2 = \mathbf{G} / N \qquad [8 - 3]$$

とする。よって、式[8 - 1]は式[8 - 3]より

$$\mathbf{F}_q = \mathbf{G} / R_j^2 \qquad [8 - 4]$$

と表される。この具体的な式を一種類だけ書くと

$${}_1\mathbf{f}_q = \mathbf{g} / r_j^2$$

$$= \mathbf{v} \times \hbar^* / r_j^{*2} \qquad [8 - 5]$$

などとなる。

ここで電荷q_jについて考える。§6－(1)で量子作用素について議論した通り式[8 - 2]、[8 - 3]は分解できない三つの要素とスピンを持っている。これを以って、**分数電荷は現実世界に存在し得ない**と言える。

なお、この三つの要素をクォークに付随する電荷としてよい。この意味に於いて、分数電荷も質量の閉じ込めと全く同じ原理によって閉じ込められているといえる。つまり

$$q_j = (G_j ／ N)^{1／2}$$

$$= [\, c\hbar\, (\ \Sigma_{(j=1,2,3)}\, \text{л}_j^2) ／ N \,]^{1／2}$$

$$= [\, c\hbar\, (\text{л}_1^2 + \text{л}_2^2 + \text{л}_3^2) ／ N \,]^{1／2} \qquad [8 \text{ - } 6]$$

の場合には一つの電荷が三つの 1／3 分数電荷によって構成され、そして

$$\text{л}_j^{*2} = (\text{л}_k^2 \ \ , \ \ \text{л}_n^2) \qquad [8 \text{ - } 7]$$

となることを考慮すると式[8 - 6]は

$$q_j = [\, c\hbar\, (\text{л}_1^2 + \text{л}_1^{*2}) ／ N \,]^{1／2} \qquad [8 \text{ - } 8]$$

で表され、これは一つの電荷が一つの 1／3 分数電荷と一つの 2／3 分数電荷によって構成されていると捉えることができる。

§8－⑵　重力とクーロン力からの考察

では、重力の GAPS 理論表現に就いて述べる。
一般的にプランク質量は

$$m_p = \hbar ／ (c^2\, t_{pl})$$

で与えられる。これを念頭に置く。
式[7 - 7]及びそのゴーストは

$$m_j = \ \hbar\, w ／ (c^2 \sin^3 \theta_j e^{+3\rho_j}\ \cos \delta_j)$$

$$m_j^* = \ \hbar\, w ／ (c^2 \sin^3 \theta_j e^{+3\rho_j}\ \sin \delta_j) \qquad [8 \text{ - } 15]$$

で、このゴースト式[8 - 15]の極限を以下のように取る。　相転移の始まりは $\delta_j \to 0$ で、そのとき $\theta_j \to \pi ／ 2$ とする。これは

$$\lim_{[\theta j \to \pi／2]} \sin^3 \theta_j = 1, \qquad \lim_{[\theta j \to \pi／2]} e^{+3\rho_j} = 1, \qquad \lim_{[\delta j \to 0]} \sin \delta_j = \delta_j$$

$$\delta_j = w\tau\,, \qquad \tau = t_{pl}$$

だから

$$\lim_{[\theta j \to \pi／2,\, \delta j \to 0]} m_j^* = \ \hbar ／ (c^2\, t_{pl}) \qquad [8 \text{ - } 16]$$

が得られる。これにより、明らかに GAPS 理論の質量式はプランク質量を包含

する。また、プランク質量がどのような状況で出現するかも理解できる。
　一般的な同一質量間の重力式はG_Nを重力定数とすると

$$\mathbf{F}_G = G_N\, m_j^2 ／ r_j^2$$

で与えられる。このG_Nも当然

$$G_N = c\hbar ／ m_p^2$$

$$= (\mathbf{V}\cdot\mathbf{Ħ}) ／ {}_1M_j^2 \quad [\ \text{または} \quad = (\mathbf{V}\times\mathbf{Ħ}) ／ {}_1M_j^2\ ] \qquad [8 - 17]$$

などに変更できる。以上より

$$\mathbf{F}_G = \mathbf{G} ／ \mathrm{R}_j^2 \qquad [8 - 18]$$

が得られる。
　先程のクーロン力の式[8 - 4]と、この重力式は与えられた極限に於いて全く同じものである。ところで式[6 - 11]で述べたように、角度空間が曲率を持たなければこの力はゼロになる。しかし、曲率が存在する場合の力の総和は

$$\mathbf{F}_G = \mathbf{G} ／ \mathrm{R}_j^2$$

$$= \zeta_0 \qquad [8 - 19]$$

という微弱な力を与えられる。これが現在の宇宙を纏め上げる力、重力である。
　具体的な力の解は以下のようになる。

$${}_1\mathbf{f} = \mathbf{v}\times\hbar^* ／ r_j^2 \qquad [8 - 20]$$

$${}_2\mathbf{f} = \mathbf{v}\times\hbar^* ／ r_j r_j^* \qquad [8 - 21]$$

$${}_3\mathbf{f} = \mathbf{v}\times\hbar^* ／ r_j^{*2} \qquad [8 - 22]$$

なお、

$$\mathbf{v}\times\hbar^* = \hbar\times\mathbf{v}^*, \qquad \mathbf{v}^*\times\hbar = \hbar^*\times\mathbf{v}$$

である。そして

$$\mathbf{v}\times\hbar^* = -\hbar^*\times\mathbf{v}, \qquad \mathbf{v}^*\times\hbar = -\hbar\times\mathbf{v}^*$$

はスピンの反転を意味する。スピン量子数はr_j^2 、$r_j r_j^*$、 r_j^{*2}に依って決まるため、この違いによって別種の力になると考えられる。また「$\mathbf{v}\times\hbar$」、「$\mathbf{v}^*\times\hbar^*$」

は角度空間が曲率を持っていても「ゼロ」と考えられる。そして、負の力は全てに於いて想定できる。実は全ての力の式を書くとその数は 18 となるが、同じものを纏め上げると上記の三つになる。これらの力は全空間の相転移時点、或いは現在でも極限をとりえる状況に於いて同じものであることは理解できる。
誤解を避けるために力の種類を書き出す。それは、力の総和「$\mathbf{F}_G$」とその中に包含される「${}_1\mathbf{f}$」「${}_2\mathbf{f}$」「${}_3\mathbf{f}$」の四つである。
これにて、**大統一理論**は証明された。

9,　次なるステップ

以上のように、GAPS 理論から全ての懸案が解決される様子を見た。しかし、具体性に欠ける点も存在する。例えば、クォークの混合角などの数値を論理的に導出することはできなかった。電荷や重力定数なども後付けになってしまう。電子の異常磁気モーメントと角度空間の曲率の関係もはっきりさせなかった。ただ、これらの問題を乗り越える道は残されている思う。一つの道標として [Fig.8]のような等価回路を示そう。もちろん、全空間が発振によって出来上がった後に持ち込むことのできる等価回路だ。これはギャップ空間の内部構造にまで言及するものである。ギャップ空間の正当性を議論したところで既にここまで入り込むべきであったかもしれない。チャージに就いての詳しい態様も理解されるはずだ。しかし、あまりにも細かくて複雑な議論になり全体を見失ってしまう恐れがあったため躊躇ってしまった。そして、ここに踏み込まなかった最大の理由は小柴昌俊博士のノーベル賞受賞公演にある。曰く
「ニュートリノ振動が証明される今、質量を説明する簡単な理論が出て来ても可笑しくない」。

以上